

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Bernard DELER

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude de la diffusion inélastique π^+p
pour des énergies du π incident voisines de 1 GeV

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 14 Juin 1968 devant la Commission d'Examen

MM. A. BERTHELOT

Président

R. OMNES

G. VALLADAS

} Examineurs

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

Bernard DELER

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude de la diffusion inélastique π^+p
pour des énergies du π incident voisines de 1 GeV

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 14 Juin 1968 devant la Commission d'Examen

MM. A. BERTHELOT

Président

R. OMNES

G. VALLADAS

} Examineurs

CHAPITRE

LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

LE GÉNÉRAL DE LA FACULTÉ DES SCIENCES MATHÉMATIQUES



REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Département de Physique des Particules Élémentaires du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, sous la direction de Monsieur le Professeur A. BERTHELOT. Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à l'élaboration de cette thèse et pour l'appui bienveillant dont il m'a toujours assuré.

J'exprime des remerciements très sincères à Monsieur A. ROGOZINSKI dont les conseils et les encouragements, toujours donnés avec une égale bienveillance, ont été pour moi un soutien précieux.

Cette étude n'aurait pas été possible sans la constante sollicitude de Monsieur G. VALLADAS. Je suis heureux de pouvoir lui dire ici combien sa collaboration et son amitié m'ont été utiles.

Madame M. NEVEU-RENE, Messieurs J. ALITTI et J.P. BATON ont su par leur amitié et leurs conseils m'aider dans ma tâche : je les en remercie sincèrement.

Je tiens à remercier les différents laboratoires qui m'ont permis de réunir les résultats expérimentaux nécessaires à une telle analyse. Je voudrais en particulier saluer ici la mémoire de Monsieur le Professeur G.W. TAUTFEST qui m'avait si cordialement accueilli dans son laboratoire de l'Université de Purdue.

J'assure de ma reconnaissance Monsieur le Professeur J. REIGNIER, Messieurs BIJTEBIER, MOUSSA et SMADJA pour les discussions fructueuses que j'ai eues avec eux.

Le Service des Techniques Instrumentales et le Département Saturne ont contribué à la réalisation de cette expérience. Je les en remercie vivement.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur AMOUYAL et aux nombreuses personnes du Département de Calcul Electronique qui ont toujours su faire preuve d'une aimable compréhension de tous nos problèmes d'utilisation des ordinateurs.

Je ne saurais nommer tous ceux qui ont participé au dépouillement, à la mesure et à l'analyse des clichés. Je leur adresse mes remerciements, en particulier à Messieurs DUCASTAING et PICHARD pour la partie appareils de mesure, à Monsieur NGUYEN THUC DIEM et Madame S. CLAUDET pour la partie analyse.

Je remercie Madame O. LEBEY et Mademoiselle J. DURAND qui ont assuré la frappe et la mise en page du texte avec une souriante efficacité.





Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554033_0006

TABLE DES MATIERES

	<i>Pages</i>
INTRODUCTION	
PREMIERE PARTIE - Mesure de la diffusion π^+p à 810 et 1300 MeV	9
Introduction	9
Chap. I - Données expérimentales	11
1°) La prise des clichés, le dépouillement	11
2°) La mesure	11
3°) Les programmes	13
4°) Sections efficaces	14
Chap. II - Description des résultats à 810 et 1300 MeV	21
1°) La diffusion élastique	21
2°) Création d'un π	24
a) Modèles théoriques	24
b) Réaction $p\pi^+\pi^0$	26
c) Réaction $\pi^+\pi^+n$	43
3°) Création de plusieurs π neutres	48
Conclusions	53
DEUXIEME PARTIE - Analyse de la diffusion inélastique π^+p autour du GeV	55
Introduction	55
Chap. I - Le formalisme	57
1°) Développement de la matrice de transition	59
2°) Calcul de la section efficace	66
3°) Applications pratiques	70
4°) Exemple d'application numérique	72
5°) Conclusion	78
Chap. II - Etude de la diffusion inélastique π^+p autour du GeV	79
1°) Calcul des coefficients	81
2°) Description des résultats expérimentaux	84
3°) Analyse en ondes partielles	95
CONCLUSIONS	99

INTRODUCTION

La diffusion élastique $\pi^+ \text{ nucléon}$ pour des énergies voisines du GeV a eu ces dernières années un net regain d'intérêt. De nouvelles expériences plus systématiques en fonction de l'énergie et plus précises ont apporté des résultats substantiels en particulier dans les mesures de la section efficace différentielle et de la polarisation [1]. D'autre part la disposition pour les physiciens de moyens de calcul très puissants a permis d'entreprendre les analyses en ondes partielles avec le grand nombre de paramètres nécessaires pour décrire la diffusion, but jusque là irréalisable. Une solution pratiquement unique a été trouvée au dessous du GeV. Des solutions sont proposées pour des énergies allant jusqu'à 2 GeV [2]. Ces solutions montrent la présence de nouveaux états résonnants.

Les très nombreux résultats acquis par la technique des compteurs et concernant la diffusion élastique sont en contraste avec les faibles données fournies sur la diffusion inélastique par les chambres à bulles. Quelques expériences ont été faites, en particulier dans les zones de résonances [1], mais sont en général de valeurs statistiques faibles. Il n'y a que peu ou pas d'étude systématique en fonction de l'énergie. D'autre part, la description d'un événement inélastique est beaucoup plus complexe que celle d'un événement élastique qui, à une énergie dans le centre de masse donnée, ne demande que deux variables pour être décrit. Il y a de plus de nombreux canaux ouverts. L'analyse de la diffusion inélastique est donc bien plus difficile que celle de l'élastique et ce d'autant plus que contrairement à la diffusion élastique, il n'existe pas de cadre formel en permettant sa description.

Ces difficultés et le manque de données expliquent que la mise en évidence et l'étude des résonances fortement couplées aux canaux inélastiques n'aient pratiquement pas été abordées dans l'analyse de la diffusion inélastique.

Différents modèles relativement incomplets ont été proposés pour décrire tel ou tel aspect de la création d'un π^- , qui est la voie dominante de la diffusion inélastique au-dessous du GeV. En général, ces modèles ne sont que partiellement en accord avec les résultats expérimentaux. De toutes façons, ceux-ci ne permettent pas actuellement de pousser très loin l'analyse.

Il apparaît donc un besoin essentiel de résultats expérimentaux systématiques. A cela ajoutons un besoin de décrire les aspects d'ensemble, angulaires et dynamiques, de la diffusion inélastique dans un intervalle d'énergie étendu, en échappant autant que possible aux modèles. On pourra chercher ensuite à effectuer une analyse en ondes partielles et on sera alors obligé d'y incorporer les hypothèses de certains modèles dynamiques. Cela permettra de vérifier ces modèles et d'apporter un support indépendant à l'analyse de la diffusion élastique. Les modes de désintégration des résonances fortement couplées aux canaux inélastiques seront également définis.

Le travail que nous présentons ici a un double but :

- apporter deux mesures relatives à la diffusion $\pi^+ p$ de statistique relativement élevée;
- rassembler et discuter des résultats de la diffusion $\pi^+ p$ autour du GeV en vue d'une analyse en ondes partielles.

La première partie est consacrée à la mesure de la diffusion $\pi^+ p$ à 810 et 1300 MeV. Le premier chapitre décrit la mesure et le traitement des événements. Le deuxième est une description des résultats obtenus.

Dans la deuxième partie nous nous efforçons de discuter à fond le problème de la description complète de la diffusion inélastique $\pi^+ p$ autour du GeV. Nous avons considéré les canaux comportant un π additionnel, c'est-à-dire les réactions :

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^0$$

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$$

Dans le premier chapitre nous rappelons rapidement le formalisme qui a été développé pour permettre une analyse en ondes partielles des processus à trois corps dans l'état final. Dans le deuxième, après avoir présenté l'ensemble des données que nous avons pu réunir, nous décrivons l'analyse elle-même.



PREMIERE PARTIE

MESURE DE LA DIFFUSION π^+p A 810 et 1300 MeV

INTRODUCTION

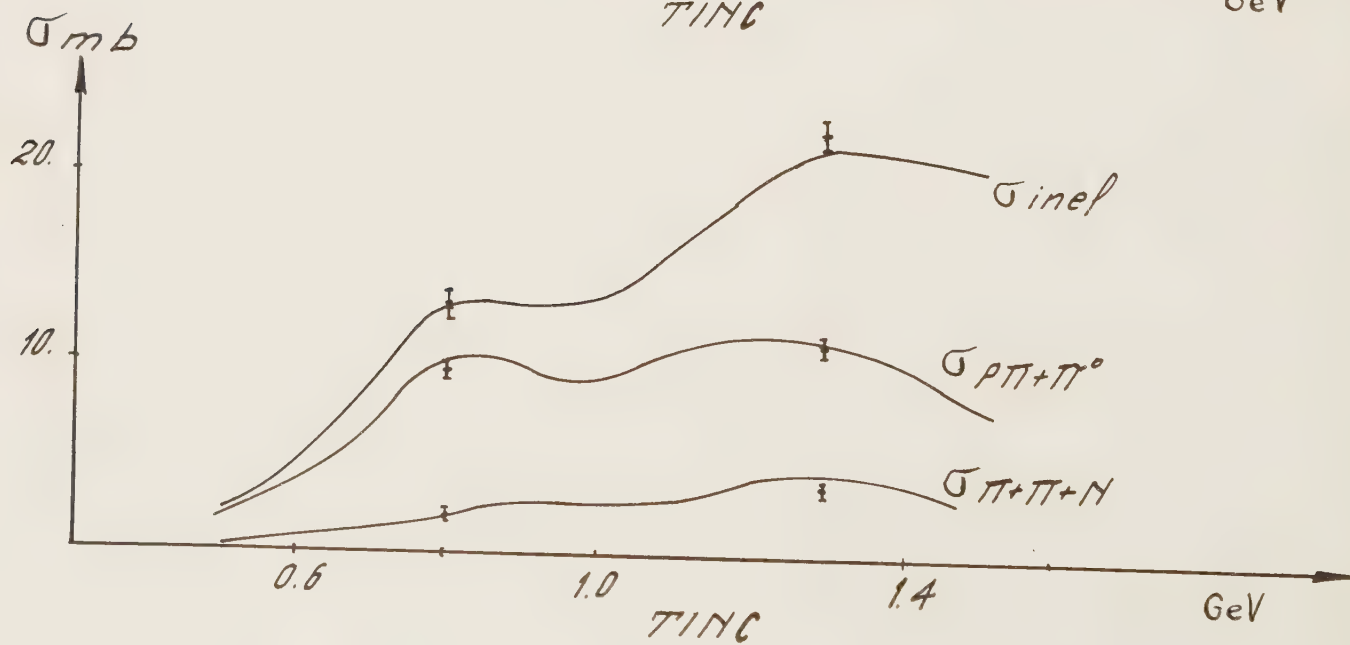
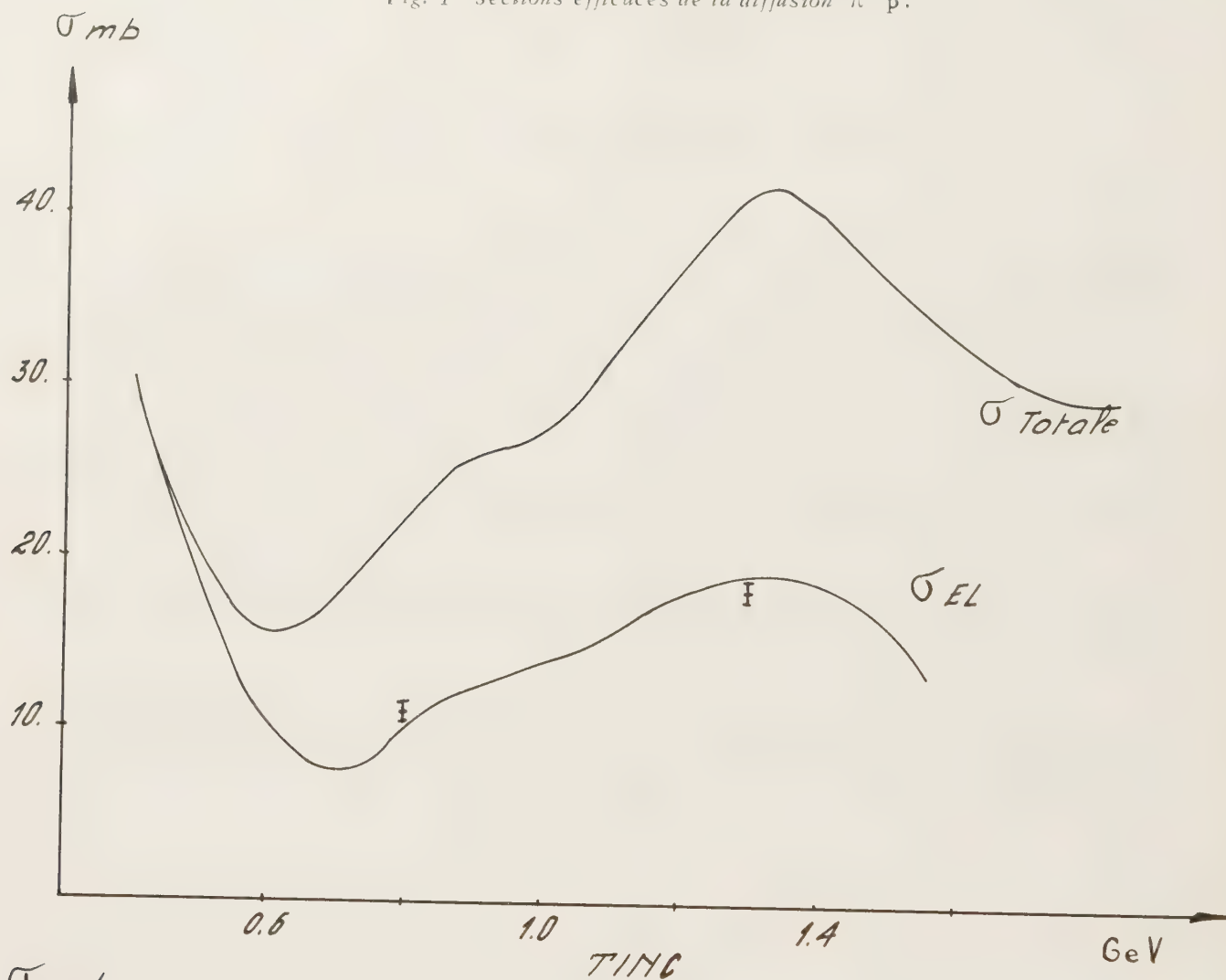
Le choix de ces deux énergies, 810 et 1300 MeV, a été motivé par la présence de maximums dans la section efficace π^+p qui sont présents également dans celles des canaux inélastiques (figure 1). La mesure de la courbe d'excitation du π^0 en fonction de l'énergie par DETOEUF et al. [3] a montré très clairement deux maximums à 800 MeV et à 1300 MeV. Le maximum de 800 MeV n'est pas visible dans la diffusion élastique. L'analyse en ondes partielles de la diffusion élastique [2] a attribué en partie cette structure à la résonance de l'onde S_{31} , cette onde montrant un maximum d'absorption accompagné d'une variation rapide de son déphasage. On peut penser, en observant la courbe de la section efficace inélastique, qu'une résonance s'ajoute à un fond rapidement variable.

A 1300 MeV l'analyse de la diffusion élastique montre une situation plus complexe, mais il est établi que l'onde F_{37} résonne avec également une forte absorption. La valeur de la section efficace exige la présence d'autres ondes également fortement absorbées.

Il semblait donc important d'étudier les canaux inélastiques à ces deux énergies, pour apporter une information indépendante de l'analyse élastique. Il n'existait pas à cette époque d'expériences de chambres à bulles avec une statistique suffisante pour permettre une analyse précise de la diffusion inélastique à ces énergies [4].

*

Fig. 1 - Sections efficaces de la diffusion $\pi^+ p$.



CHAPITRE I

DONNEES EXPERIMENTALES

1 - LA PRISE DES CLICHES, LE DEPOUILLEMENT

Environ 20.000 clichés à 810 MeV et 30.000 clichés à 1300 MeV ont été pris dans la chambre à bulles à hydrogène liquide de 180 litres du DPhPE. Les π^+ provenaient d'une cible placée dans une section droite de SATURNE. Le faisceau, déjà décrit par ailleurs [5], était un faisceau à double analyse et à un étage de séparation. Les sections efficaces seront normalisées à la section efficace totale donnée par les expériences de compteurs. Seule donc la contamination du faisceau en proton peut nous gêner. Elle est négligeable à 810 MeV. A 1300 MeV elle a été estimée inférieure à 2 %. Cette estimation a été faite à partir de la courbe de séparation des pics des π^+ et des protons.

L'image géométrique du faisceau et son impulsion ont été déterminées en mesurant un grand nombre de traces incidentes dans la chambre. L'angle azimutal et l'angle de profondeur moyens, les coordonnées du point d'intersection avec un plan d'entrée dans un système d'axes où le plan XOY est le plan interne du hublot avant, l'axe OZ étant dirigé vers les caméras, l'axe OX dans la direction du faisceau incident, et l'origine étant placée au centre de la chambre, sont donnés ci-dessous :

TINC MeV	P _{MeV/c}	ΔP MeV/c	δE degrés	φE degrés	XE _{cm}	YE _{cm}	ZE _{cm}
810	940	10	- 2 à + 2	8 à 13	- 15	3 à 15	- 21 à - 30
1300	1430	20	- 2 à + 2	6 à 10	- 15	3 à 15	- 22 à - 29

La valeur moyenne du champ magnétique était de 13,5 kG à 810 MeV et 16 kG à 1300 MeV. Mais cette valeur n'était pas stable au cours de l'expérience et nous avons utilisé pour chaque série de clichés la valeur donnée par un enregistreur automatique. Cette valeur était affichée par l'opératrice au niveau de la mesure et transmise ensuite aux programmes de calcul. Une carte de champ représentant la non-homogénéité du champ dans le volume de la chambre a été introduite dans les programmes. La valeur moyenne de l'impulsion et son erreur ont été imposées dans l'ajustement cinématique.

Au dépouillement, toutes les interactions d'une particule incidente situées dans un volume fiduciel de 46 cm, centré dans la chambre, étaient retenues. Une évaluation de l'ionisation de chacune des traces diffusées était également relevée, pour être transmise, par l'affichage à la mesure, aux programmes de calcul et imprimée ensuite sur les sorties avec les résultats des ajustements cinématiques.

2 - LA MESURE

La mesure des événements a été effectuée sur deux types d'appareils : du type Enetra et du type Coordinatographes codés. Dans le premier cas, le mouvement de la platine qui porte le fil est codé, le

pointé se fait en faisant coïncider le point à mesurer avec un repère fixe, centré sur l'écran de projection; la valeur des codeurs définissant la position de la platine au moment du pointé correspond aux coordonnées du point à mesurer dans un système d'axes lié à l'appareil. Dans ces appareils, une unité codeur correspond à un déplacement de la platine de 2μ .

Dans le deuxième type d'appareil, la photo à mesurer est projetée sur un écran et c'est la position d'un réticule sur l'écran de projection qui est codée. Une unité codeur correspond à un déplacement du réticule de l'ordre de 60μ . La précision au niveau du film dépend donc du grandissement. Dans ces appareils les imperfections de la projection se retrouvent à la mesure; alors que dans les premiers le pointé se fait toujours sur le même chemin optique. Cependant, des comparaisons de mesures de traces du faisceau incident ont permis de montrer qu'à ces énergies la précision finale des mesures provenant des deux types d'appareils était parfaitement comparable. La précision intrinsèque des appareils était donc supérieure aux autres causes d'erreurs : diffusion multiple, distorsions optiques ou thermiques à la prise de vues, distorsions du film.

Le système Lidiam

Les expériences de chambre à bulles sont de plus en plus des expériences à grandes statistiques. La gestion de la mesure des événements, des données à traiter et des résultats à exploiter demande une automatisation de plus en plus poussée. La place tenue par les ordinateurs dans une expérience de chambres à bulles s'accroît donc sans cesse. En attendant la mise au point d'appareils de mesure entièrement automatiques, nous avons cherché à augmenter l'efficacité des appareils conventionnels en les connectant à une calculatrice. Une des causes principales de perte de temps sur ces appareils est le pourcentage important d'événements rejetés. Ceci complique leur gestion, les films devant être remesurés plusieurs fois, et ralentit considérablement l'exploitation des résultats. De plus, le tri et le stockage des bandes de papier perforé, leur traduction en bande magnétique imposent une manutention laborieuse et délicate. La connexion d'une calculatrice permet de rattraper sur le champ la majorité des fautes, assure un contrôle continu des équipements et du rythme de mesure, et crée une bande magnétique permettant de supprimer les bandes de papier perforé. Nous rappellerons brièvement la connexion que nous avons assurée qui a déjà été décrite par ailleurs [6]. Nous avons actuellement 12 tables connectées, l'équipement étant prévu pour en connecter 18. La calculatrice est une CAE 510 de mots de 18 digits binaires. Elle est équipée de 24.000 mots mémoire et de 2 dérouleurs de bandes magnétiques. La calculatrice reçoit les informations de chacune des tables, les traite et les range dans une zone de mémoire propre à chaque table. En cas de faute détectée elle répond par un chiffre lumineux sur la table incriminée, précisant à l'opératrice la partie de la mesure à reprendre. Le traitement va jusqu'à l'ajustement d'une parabole sur chacune des traces en projection. Lorsqu'un cliché relatif à une caméra est entièrement mesuré, les données obtenues sont inscrites sur une bande magnétique. A chaque événement ou à chaque faute détectée, la machine à écrire de la calculatrice inscrit l'heure et les informations permettant d'identifier la table, l'opératrice et l'événement. Ces informations sont perforées simultanément sur une bande de papier. Cette bande est traitée chaque jour par l'IBM 360-30 du centre de calcul et fournit des tableaux par table et par opératrice : cela permet de contrôler le bon fonctionnement des tables et des équipements électroniques, et le rythme de mesure. Une carte bilan perforée à chaque passage de ce programme permet de connaître le nombre de bonnes mesures ou de fautes sur n'importe quelle période. La bande magnétique, qui contient les mesures caméra par caméra de toutes les tables, donc de différentes expériences, est traitée sur le calculateur du centre de calcul en vue de regrouper les événements et de les trier expérience par expérience. Ce programme donne également la fréquence d'apparition des différents chiffres (de 0 à 9) dans les différents digits décimaux des codeurs en X ou en Y dans le but de vérifier le bon fonctionnement des codeurs : la fréquence doit être uniforme pour les digits de faible poids, et continue pour ceux de poids élevé. Les bandes magnétiques qui contiennent les événements triés par expérience et où on peut cumuler plusieurs milliers d'événements, servent de données à la chaîne désormais classique des programmes de traitement des mesures des clichés de chambre à bulles.

Avantages apportés par le système Lidiam

Le système est en fonctionnement dans le laboratoire depuis plus de trois ans, et, répond bien à ce qu'on lui demandait : il n'y a plus d'événements rejetés pour des fautes de codeur ou d'équipement électronique, et de fautes d'opératrices (mauvaises étiquettes, mauvaise succession logique des séquences de mesure, ...). Toute panne dans l'appareillage électronique est rapidement détectée. La gestion des appareils de mesure et l'exploitation des résultats ont été considérablement allégées : les événements inscrits sur les bandes magnétiques sont essentiellement bons, et peuvent être exploités peu de temps après leur mesure, d'une façon régulière. Il n'y a plus à stocker et à trier les bandes de papier qui sont pratiquement supprimées. Les films sont exploités à près de 90 % dès la première mesure et le rythme de travail est accru de plus de 50 %.

Conclusion

Comparé à ce qui a été réalisé dans d'autres laboratoires, (voir par exemple la référence [7]), le système Lidiam se distingue par son économie et sa simplicité. La CAE 510 est une petite calculatrice qui est utilisée à son maximum par le nombre de tables branchées (le programme de traitement a été particulièrement étudié pour assurer le maximum de tests sans utiliser trop de temps de machine). L'acquisition caractère par caractère au rythme propre des tables a évité de mettre une mémoire intermédiaire entre les tables et la calculatrice. De plus, tout étant compatible, on peut passer très facilement du branchement CAE au branchement perforatrice de bandes de papier. L'utilisation de retours à la table, codés par des chiffres lumineux, allège et simplifie le dialogue entre la calculatrice et l'opératrice. L'obtention quotidienne de tableaux et d'histogrammes assure une vérification aisée du rythme de mesure et du bon fonctionnement des équipements.

3 - LES PROGRAMMES

Les événements ont été traités par les programmes THRESH et GRIND du CERN.

Le programme THRESH assure la reconstruction géométrique de l'événement : il définit les coordonnées du point d'interaction dans la chambre, les directions des tangentes aux différentes traces en ce point et les rayons de courbure des cylindres, d'axes parallèles au champ magnétique, sur lesquels les traces s'enroulent. Il donne également pour chaque trace la matrice d'erreurs, relative aux trois paramètres définissant la trace (deux angles pour la direction de la tangente, et valeur du rayon de courbure).

Le programme GRIND assure l'ajustement cinématique : en se servant des résultats de la géométrie, il définit l'impulsion vectorielle de chaque particule : suivant les hypothèses de masses faites et après corrections relatives à ces hypothèses de masses, il calcule la probabilité pour que l'interaction correspondante ait eu lieu, en assurant la conservation du quadrimoment impulsion-énergie à l'intérieur des erreurs de mesure. La version du programme GRIND que nous avons utilisée était une version fortement modifiée de la version CERN. En effet, pour nous assurer des passages standard sur l'ordinateur IBM 7094 du centre de calcul, passages qui nous imposaient une perte de l'ordre de 3000 mots mémoire, nous avons été obligés de couper le programme GRIND en deux : dans la deuxième partie qui assure les calculs finals et les impressions des résultats, nous avons ajouté différents sous-programmes calculant des grandeurs utiles pour l'analyse physique : masses associées, différents angles dans différents systèmes de référence, etc... Toutes ces grandeurs, ainsi que les résultats de la géométrie et de l'ajustement cinématique sont inscrites sur une bande appelée KIX. Pour chaque hypothèse donnant lieu à un ajustement cinématique valable, une carte est perforée, contenant l'identification de l'événement et de l'hypothèse ajustée.

Les cartes triées par le physicien suivant l'hypothèse retenue servent de données, avec la bande KIX, au programme HYSTERIE : ce programme permet de trier les événements hypothèse par hypothèse et pour chacune d'elle de ne conserver qu'un certain nombre de grandeurs physiques pouvant servir à d'autres calculs ou à l'analyse des résultats. Les grandeurs relatives à chaque hypothèse sont inscrites sur des bandes séparées.

Les bandes condensées sont utilisées par les programmes CORRELATE et DIAGRAMME qui fournissent des histogrammes et des diagrammes à deux dimensions, de grandeurs sur lesquelles plusieurs conditions peuvent être imposées. L'utilisation des mémoires à disque pour ces deux programmes a permis de n'avoir aucune limitation sur le nombre d'événements à traiter, ni sur le nombre d'histogrammes ou de diagrammes à effectuer. Un programme CALCOMP, adaptable aux besoins du moment permet le calcul de toute nouvelle quantité utile, avec la création d'une nouvelle bande complétée de cette grandeur.

Toute cette série de programmes a été mise au point en collaboration avec FICKINGER [8] à une époque où nous n'avions pas à notre disposition une chaîne équivalente de programmes. Elle s'est avérée très utile pour les différentes expériences faites dans le groupe depuis 1963.

Pour l'analyse physique des résultats, le calcul de certaines prévisions théoriques et leur comparaison avec l'expérience, d'autres programmes ont été écrits ou adaptés. Nous en parlerons dans les chapitres suivants.

4 - CLASSIFICATION DES EVENEMENTS - SECTIONS EFFICACES

Critères de classification

Chaque événement répondant aux conditions du volume fiduciel et du faisceau incident (définies dans le premier paragraphe) était analysé. Les différentes hypothèses entrées dans l'ajustement cinématique étaient les suivantes :

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \quad (1)$$

$$\rightarrow \pi^+ p \pi^0 \quad (2)$$

$$\rightarrow \pi^+ \pi^+ n \quad (3)$$

La classification des événements dans ces différentes catégories était faite à partir des informations de la masse manquante, de la valeur du χ^2 , et de l'ionisation. Pour les événements élastiques une bonne coplanarité était également requisé. La considération de ces différents paramètres (l'ionisation étant revue au projecteur lorsque la valeur affichée à la mesure et imprimée sur les résultats pouvait laisser un doute) a permis de classer sans ambiguïté tous les événements. Les événements retenus dans les différentes réactions étaient ceux qui, avec une ionisation compatible, satisfaisaient respectivement aux conditions suivantes :

Réaction (1) $\chi^2 < 20$	$- 0,002 < M_m^2 < 0,001$	810 MeV
	$- 0,002 < M_m^2 < 0,001$	1 300 MeV
Réaction (2) $\chi^2 < 5$	$- 0,03 < M_m^2 < 0,05$	810 MeV
	$- 0,05 < M_m^2 < 0,08$	1 300 MeV
Réaction (3) $\chi^2 < 5$	$0,760 < M_m^2 < 1,00$	810 MeV
	$0,740 < M_m^2 < 1,20$	1 300 MeV

Les figures (2) et (3), montrent les spectres de masses manquantes et d'énergies manquantes pour les événements retenus dans chaque hypothèse. Sur chacune de ces distributions nous avons ajusté une gaussienne :

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

Les valeurs trouvées pour σ et x_0 sont données sur les figures; elles donnent une idée de la précision de la mesure avant ajustement. La bonne symétrie des gaussiennes permet de penser que la classification des événements ne contient pas de biais.

REMARQUE : Les distributions relatives à la diffusion élastique ne sont pas symétriques : ceci est dû au fait que la valeur de la masse manquante est la différence de deux carrés ($W_M^2 - P_M^2$), dont la valeur moyenne de l'un (P_M^2) est supérieure à la valeur moyenne de l'autre. Cette dissymétrie conduit à un élargissement des gaussiennes ajustées. Nous trouvons une valeur moyenne légèrement négative de l'énergie manquante et ceci est plus difficile à expliquer, les causes pouvant y contribuer étant nombreuses.

Corrections - Sections efficaces

Le tableau ci-dessous résume les sections efficaces partielles obtenues après normalisation de la section efficace totale à la valeur donnée par les expériences de compteur. On trouvera dans la référence [1] une compilation critique des résultats expérimentaux dans ce domaine d'énergie. Nous avons adopté les valeurs données par ces auteurs.

Bien qu'il n'y ait eu aucune ambiguïté dans la classification des événements, nous avons dû apporter des corrections aux nombres d'événements classés élastiques. Elles sont de deux sortes :

- d'une part la perte d'événements dont le plan de diffusion est parallèle à l'axe des caméras (« événements debout »). Le diagramme (4) montre la distribution de l'angle de diffusion en fonction de l'angle de visibilité (angle du plan de l'événement avec le plan perpendiculaire à l'axe des caméras). On voit qu'il y a un manque autour des valeurs 90° et 270° . Nous avons coupé les intervalles $90 \pm 15^\circ$ et $270 \pm 15^\circ$, et renormalisé ensuite la distribution à 360° . Il en résulte une correction de 41 événements à 810 MeV et de 250 événements à 1300 MeV.

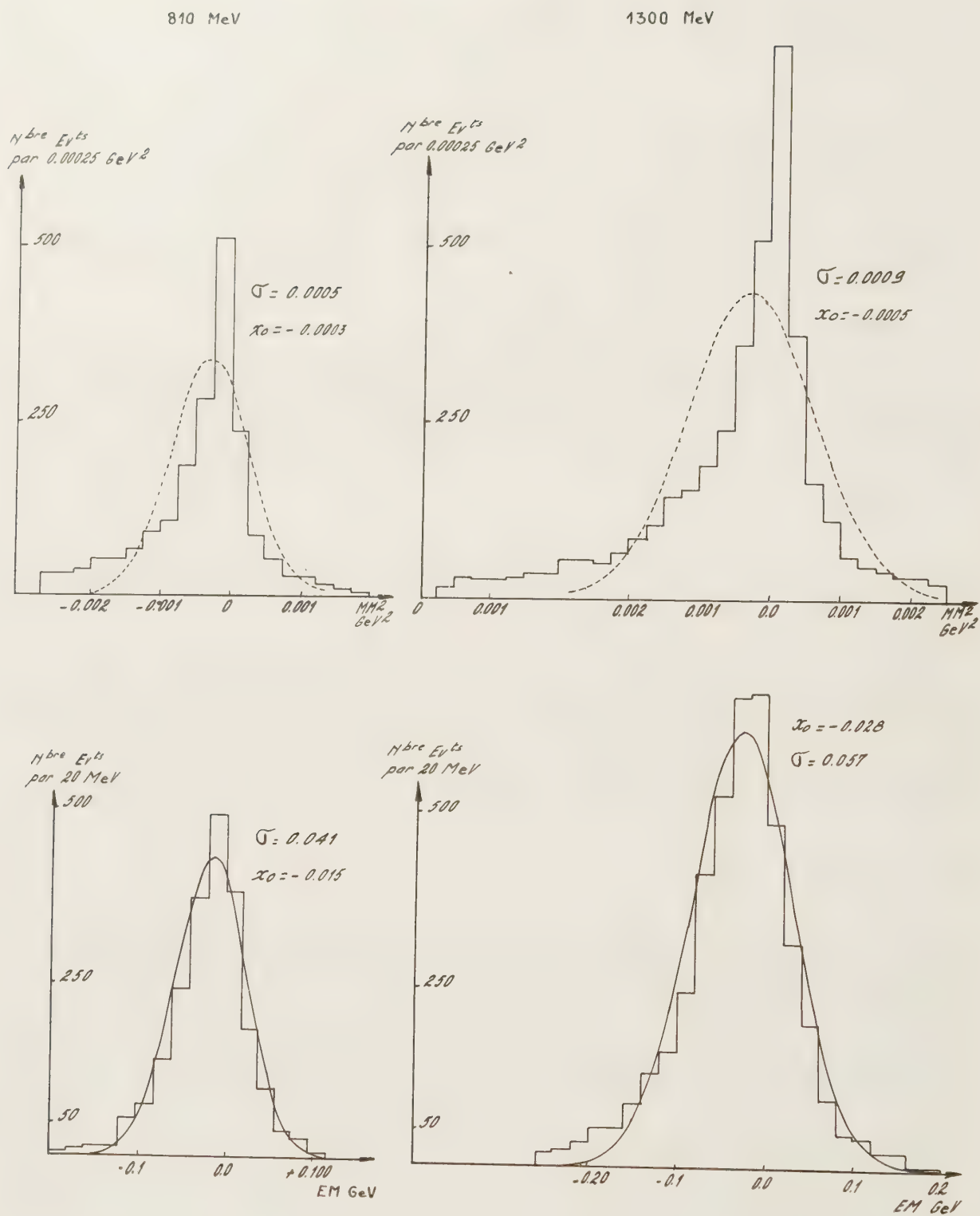


Fig. 2 - Distribution de l'énergie manquante et du carré de la masse manquante pour les événements élastiques. A gauche 810 MeV. A droite 1300 MeV. Les courbes représentent des gaussiennes ajustées sur les distributions, dont les paramètres sont σ et x_0 .

810 MeV

1300 MeV

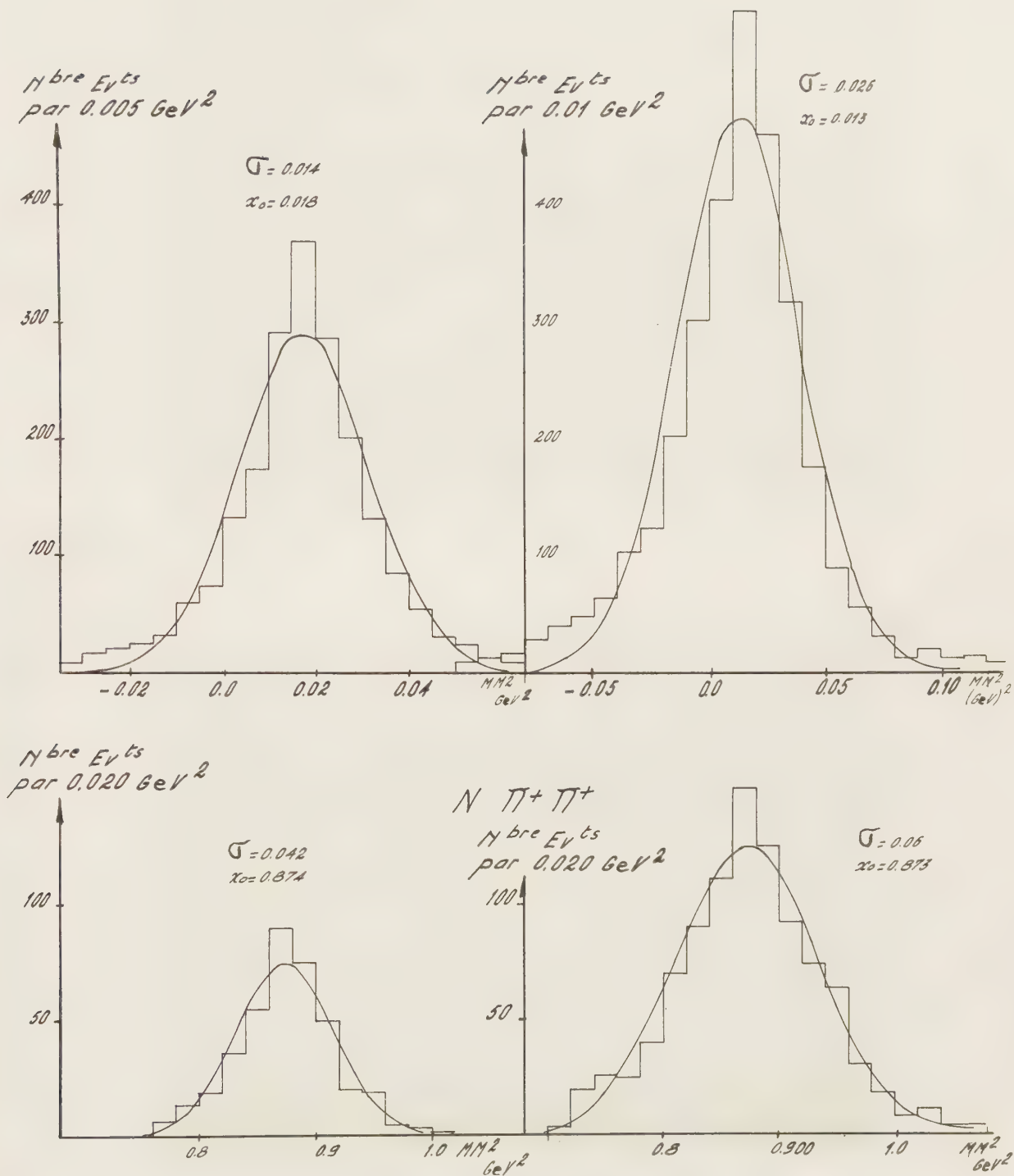


Fig. 3 - Distribution des carrés des masses manquantes pour les réactions $p \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^+$ à 810 et 1300 MeV.

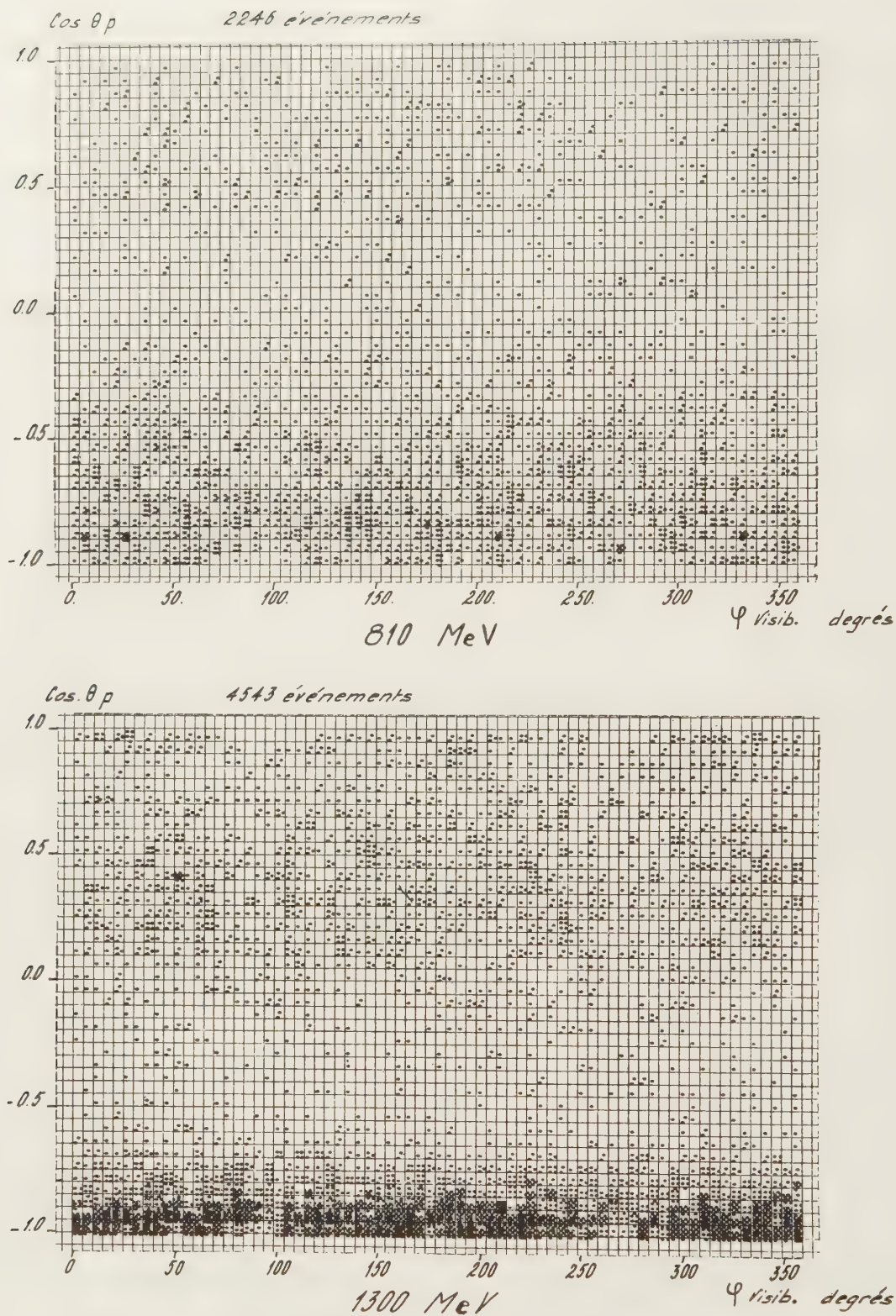


Fig. 4 - Diagramme de l'angle de visibilité en fonction de l'angle de diffusion pour les événements élastiques à 810 et 1300 MeV.

- d'autre part la perte d'événements vers l'avant due à la difficulté d'observer des protons de petit parcours associés aux π faiblement diffusés. Pour estimer cette perte nous avons ajusté un développement en polynômes de Legendre sur la section efficace différentielle sans tenir compte de l'intervalle vers l'avant (0,90 à 1,0 à 810 MeV; 0,95 à 1,0 à 1300 MeV). Ce développement permet de calculer une extrapolation de la section efficace dans cet intervalle et fournit une correction de 112 événements à 810 MeV et de 402 événements à 1300 MeV.

Dans la catégorie des interactions à plus de 3 corps, nous avons classé les événements ne répondant pas aux critères du χ^2 et de la masse manquante des hypothèses à 3 corps.

Suivant la valeur de l'ionisation des traces et de la masse manquante, ils sont séparés dans les 2 réactions suivantes :

$$p \pi^+ + m \pi^0 \quad (m > 1)$$

$$n \pi^+ \pi^+ + m \pi^0 \quad (m \geq 1)$$

Les erreurs que nous avons attribuées aux sections efficaces sont purement statistiques.

TABLEAU 1

Réaction	810 MeV		1300 MeV	
	Nbre Evts	Millibarns	Nbre Evts	Millibarns
$\pi^+ p$	N.C. 2246		N.C. 4543	
$\pi^+ \pi^0 p$	C. 2399	$11,0 \pm 0,23$	C. 5195	$18,1 \pm 0,25$
$\pi^+ \pi^+ n$	2098	$9,7 \pm 0,21$	3208	$11,1 \pm 0,20$
n corps	406	$1,9 \pm 0,1$	1024	$3,6 \pm 0,1$
	194	$0,9 \pm 0,1$	1130 ^(*)	$3,9 \pm 0,1$
	(dont 107 4B)		960 4B	$3,3 \pm 0,1$
P.E.	0		190	$0,7 \pm 0,05$
TOTAL	N.C. 4944	$23,5 \pm 0,5$	N.C. 11055	$40,7 \pm 0,5$
	C. 5097		C. 11707	

Tab. 1 - Sections efficaces

(*) 770 n-corps dont 1 proton et 360 n-corps dont 1 neutron

N.C. non corrigés C : corrigés (voir texte).



CHAPITRE II.

DESCRIPTION DES RESULTATS A 810 et 1300 MeV

Dans cette partie du travail nous nous bornons à présenter les histogrammes expérimentaux relatifs aux variables usuelles que sont les masses invariantes, les angles de production et de désintégration, etc... et à les comparer aux prédictions des différents modèles sous leur forme la plus schématique.

Dans le premier paragraphe nous présentons très brièvement les résultats de la diffusion élastique. Dans le deuxième paragraphe nous décrivons la production d'un méson π c'est-à-dire les réactions $\rho \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^+$. Ces réactions sont dominées par la production des isobares π -nucléon et du méson ρ . Dans le troisième paragraphe nous mentionnons simplement quelques propriétés de la réaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p + m \pi^0$ ($m > 1$), réaction séparée à partir de la mesure des 2B.

1 - DIFFUSION ELASTIQUE

La figure (5) montre la distribution angulaire de la diffusion élastique, avec les différentes corrections qui y ont été apportées (voir chapitre précédent).

A 1300 MeV elle est en désaccord avec celle obtenue par la technique des compteurs à une énergie très voisine [47]. L'écart est important vers l'arrière et peut difficilement s'expliquer par un biais (perte d'événements ou mauvaise classification) dans la chambre à bulles.

Nous l'avons développée en polynômes de Legendre :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \chi^2 \sum_l C_l P_l(\cos \theta)$$

Les coefficients C_l ont été obtenus par la méthode des moindres carrés. L'ordre optimum de l'ajustement a été déterminé par la valeur du χ^2 divisée par le nombre de degrés de liberté. A 810 MeV, l'ordre 4 est suffisant, montrant la présence de l'onde D_5 et la faible importance des ondes F. A 1300 MeV nous sommes allés jusqu'à l'ordre 7, ce qui traduit la présence de l'onde F_7 sans rejeter une faible présence des ondes G_7 ou G_9 [9].

Le tableau ci-dessous donne la valeur des coefficients C_l , C_0 ayant été normalisé à :

$$\sigma_{el} / 4\pi \chi^2 ,$$

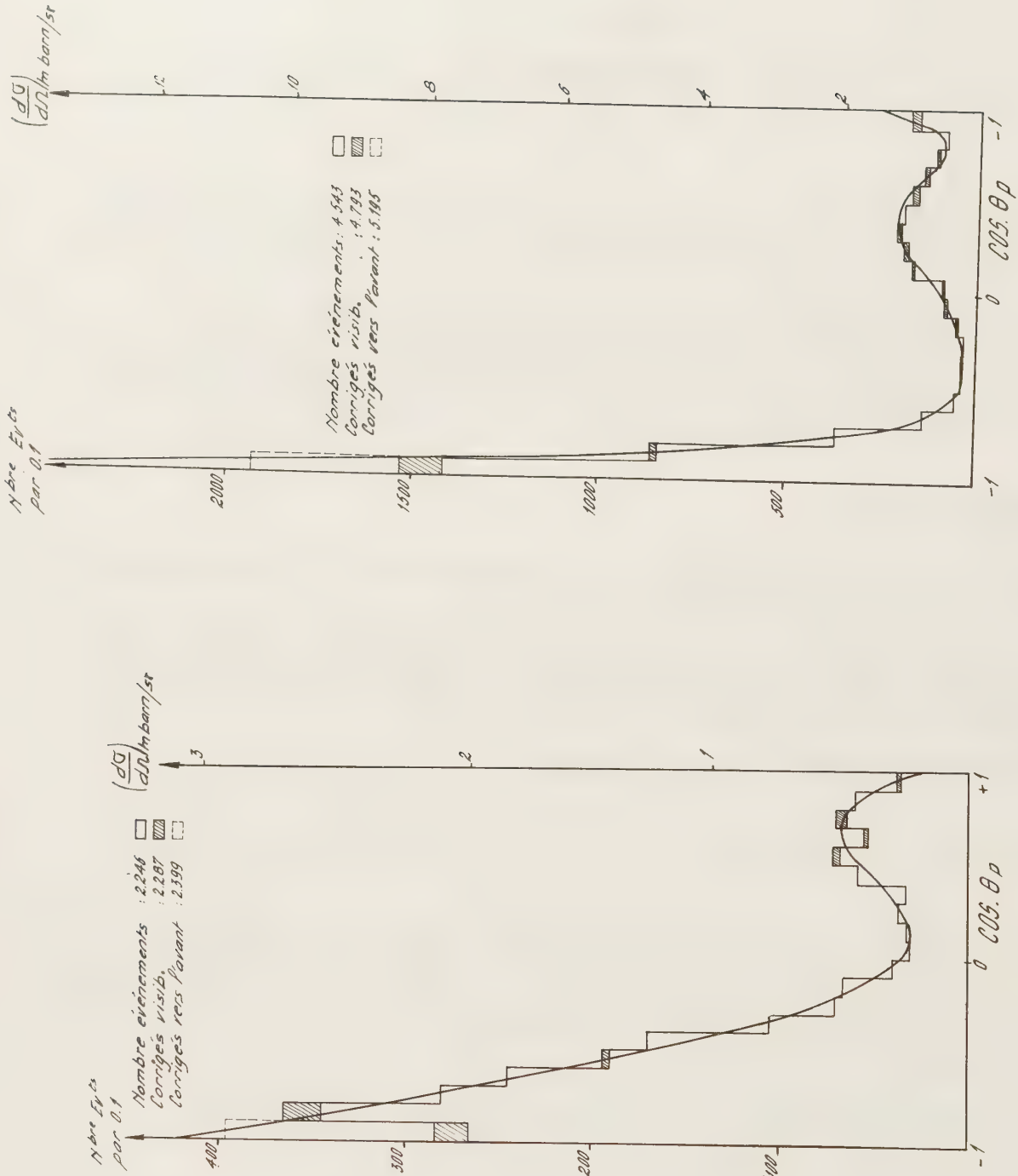


Fig. 5 - Distribution de l'angle de diffusion pour les événements élastiques. A gauche 810 MeV. A droite 1300 MeV. Les courbes ont été obtenues en développant les distributions en polynômes de Legendre.

TABLEAU II

	810 MeV		1300 MeV	
	Coeff.	ERR.	Coeff.	ERR.
C ₀	0,64	0,02	1,86	0,06
C ₁	0,82	0,05	2,46	0,16
C ₂	0,75	0,06	3,96	0,23
C ₃	0,24	0,06	4,57	0,28
C ₄	- 0,19	0,05	3,39	0,28
C ₅	-	-	1,43	0,25
C ₆	-	-	1,54	0,19
C ₇	-	-	0,40	0,16
P ^t à 0°	3,06 ± 0,15 mb/ sr.		15,4 ± 0,5 mb/ sr.	

Tabl. II - Coefficients du développement en polynômes de Legendre de la distribution angulaire élastique, et section efficace vers l'avant, à 810 et 1300 MeV.

Par extrapolation à 0° de la courbe ajustée sur la distribution angulaire nous trouvons pour la section efficace vers l'avant les valeurs données sur le tableau II.

Le théorème optique :

$$\text{Im } f(0^\circ) = \frac{\sigma_{\text{tot}}}{4 \pi \lambda}$$

donne les valeurs 2,56 ± 0,15 à 810 MeV
 13,46 ± 0,10 à 1300 MeV

Cela montre que l'essentiel de la section efficace vers l'avant est dû à la partie imaginaire de l'amplitude.

Les valeurs données par les relations de dispersion [10] pour la section efficace vers l'avant sont :

2,88 ± 0,38 mb/ sr à 810 MeV
 14,62 ± 0,2 mb/ sr à 1300 MeV

en bon accord avec les valeurs expérimentales.

2 - CREATION D'UN π

A) - Les modèles théoriques

Modèle isobarique : Différents modèles ont été proposés pour expliquer la production d'un π . LINDENBAUM et STERNHEIMER ont développé un modèle supposant la production de l'isobare N_{33}^* (1238), celui-ci se désintégrant ensuite en nucléon + π [11]. Ils ont supposé que l'isobare était produit en onde S, que sa désintégration était isotrope et négligé l'interférence entre les deux états de charge.

BERGIA, BONSIGNORI et STANGHELLINI [12] ont tenu compte de cet effet qui sera noté «interférence BBS» dans ce qui suit. Ils ont montré que cette interférence pouvait fortement modifier les spectres de masse.

YODH et OLSSON dans leur première analyse ont tenu compte de la désintégration en onde P de l'isobare [13]. Pour améliorer l'ajustement des spectres théoriques aux valeurs expérimentales ils ont également introduit l'interaction π - nucléon en onde S dans l'état $T = 1/2$, en conservant l'hypothèse de la production de ces sous-systèmes π - nucléon (P_{33} et S_{11}) en onde S, production qu'il faut associer à l'absorption respective des ondes incidentes D_3 et P_1 . Ce modèle conduit à un meilleur accord avec les spectres de masse expérimentaux. En particulier la forte production du dipion dans les grandes masses (pour des énergies incidentes inférieures à 600 MeV) pourrait s'expliquer par l'effet d'interférence BBS dans l'onde DS_3 . Dans un travail plus récent [14] ils ont également considéré la possibilité de la production de l'isobare en onde P, provenant de l'onde initiale P_1 : mais ils ont montré que cette production devait intervenir peu, l'essentiel étant en onde S.

Les interactions périphériques

Elles découlent de l'échange d'une particule entre le nucléon cible et la particule incidente et sont schématisées par les graphes a) et b) de la figure (11) dans le cas où les particules échangées sont respectivement un π et un ρ .

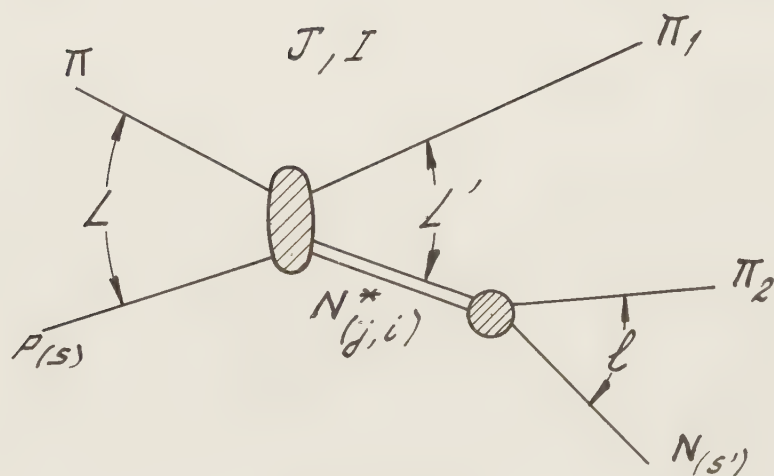
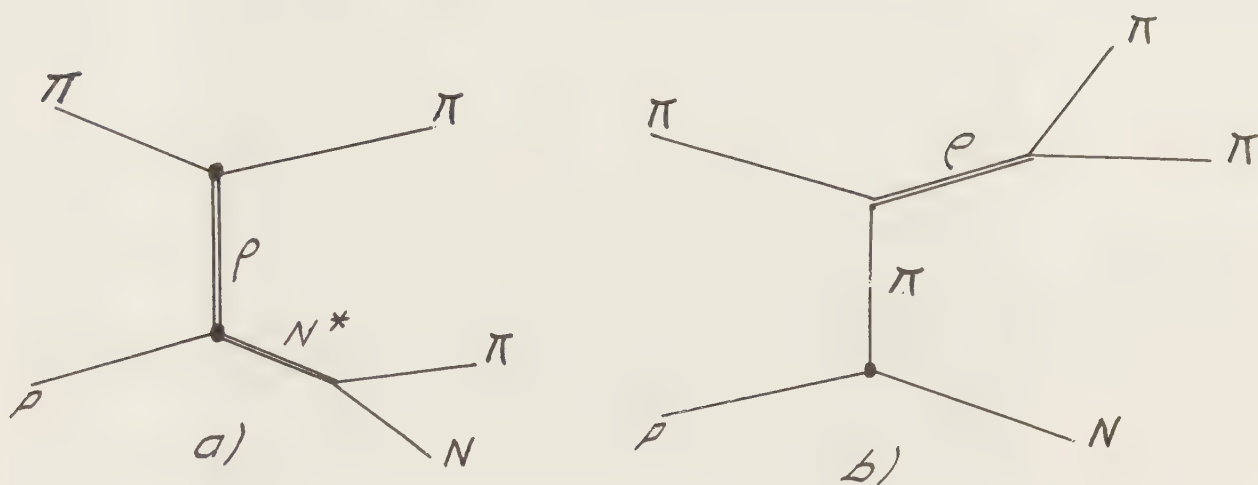
Le formalisme pour décrire ces processus a été développé par CHEW et LOW [16]. Schématiquement, on écrit qu'au voisinage du pôle situé à $\Delta^2 = -m_X^2$ (Δ^2 quadrimoment transféré à la cible ; m_X masse de la particule échangée) l'amplitude de la réaction est égale à l'amplitude au vertex 1, multipliée par le propagateur de la particule échangée et par l'amplitude au vertex 2. On peut déduire de la section efficace, l'amplitude de l'un des vertex si l'amplitude à l'autre vertex est connue.

Dans le cas de l'échange d'un π on pourra ainsi déterminer l'amplitude du processus $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$. Mais la formule de Chew et Low n'étant rigoureusement valable qu'au pôle, il faut, soit extrapoler au pôle les résultats obtenus dans la région physique, soit utiliser les résultats à faibles Δ^2 en tenant compte du fait que la particule échangée est virtuelle. Dans ce cas le graphe à échange d'un π doit pouvoir être bien isolé.

La production du ρ par échange d'un π a été bien établie par l'expérience dans le domaine d'énergie qui nous intéresse.

Le modèle d'échange du ρ a été proposé par STODOLSKÝ et SAKURAI [15] pour expliquer la production de l'isobare $3/2 \rightarrow 3/2$; Pour définir le vertex du bas, ces auteurs ont fait l'hypothèse de l'analogie ρ - photon, dictée par la comparaison à la réaction $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$, où un photon virtuel est échangé. Cette analogie conduit à considérer le vertex du bas comme équivalent à la photo-production d'un π :

$$\gamma + p \rightarrow N^{*+} \rightarrow \pi^0 + p$$



notation des ondes d'isobare : $L, L', 2J$

c)

Fig. 11 : a, b : Diagrammes de Feynman représentant l'échange de particules.
c : Schéma et notation du modèle isobarique.

et implique la vérification des distributions angulaires suivantes :

$$1 + 3 \cos^2 \alpha \quad \text{avec} \quad \cos \alpha = \vec{q}_2 \cdot \vec{n}$$

$$3 - 2 \cos^2 \varphi \quad \text{avec} \quad \cos \varphi = \vec{n} \cdot \frac{\vec{q}_1 \times \vec{q}_2}{|\vec{q}_1 \times \vec{q}_2|}$$

où on a $\vec{n}$: vecteur unitaire définissant la normale au plan de production

$\vec{q}_1$: vecteur unitaire définissant la direction du proton incident dans le centre de masse de l'isobare

$\vec{q}_2$: vecteur unitaire définissant la direction du proton de désintégration dans le centre de masse de l'isobare.

Ces auteurs ont également donné l'expression de la section efficace différentielle de production de l'isobare, qui, intégrée, donne la section efficace de la réaction $\pi + N \rightarrow \pi + N_{33}^*$ par échange de ρ . L'introduction dans cette expression, d'un facteur de forme est en principe nécessaire. Ce facteur doit être indépendant de l'énergie.

Les différents mécanismes que nous venons de rappeler schématiquement décrivent des aspects différents de la diffusion inélastique. Dans la diffusion $\pi^+ p$, comme nous allons le voir, il y a compétition entre les divers processus et cela explique qu'aucun, pris seul, ne peut en expliquer tous les aspects.

B) - Réaction $p \pi^+ \pi^0$

Diagrammes de Dalitz. Sections efficaces

Les figures (6) et (7) montrent les diagrammes de Dalitz aux deux énergies. Nous observons la forte production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ dans les deux états de charge N^{*++} et N^{*+} . A 810 MeV, ces deux états de charge interfèrent d'une façon non négligeable. A 1300 MeV, cette interférence est faible, mais nous observons la présence du méson ρ^+ , dont la bande coupe le diagramme suivant une ligne perpendiculaire à la bissectrice des axes. Elle recouvre fortement les zones des isobares N^{*++} et N^{*+} . Ceci est un exemple de la difficulté signalée dans le précédent paragraphe pour étudier séparément les productions de l'isobare et du ρ .

Une méthode a été proposée pour repopuler le diagramme de Dalitz symétriquement par rapport à un de ces diamètres (ligne $\cos \theta^* = 0$) [17]. Elle est fondée sur la conservation de la parité. Elle suppose en outre que la zone de recouvrement n'est pas coupée par la ligne $\cos \theta^* = 0$ et qu'aucune autre résonance ne modifie la population de la zone témoin. Cette méthode ne peut être appliquée à notre cas.

A la difficulté de séparer les différentes résonances s'ajoute aussi celle d'estimer un fond ayant d'autres origines. Les zones disponibles dans l'espace des phases en dehors des zones de résonances sont très faibles et l'hypothèse d'un fond « statistique » est arbitraire et ne permet qu'une description qualitative.

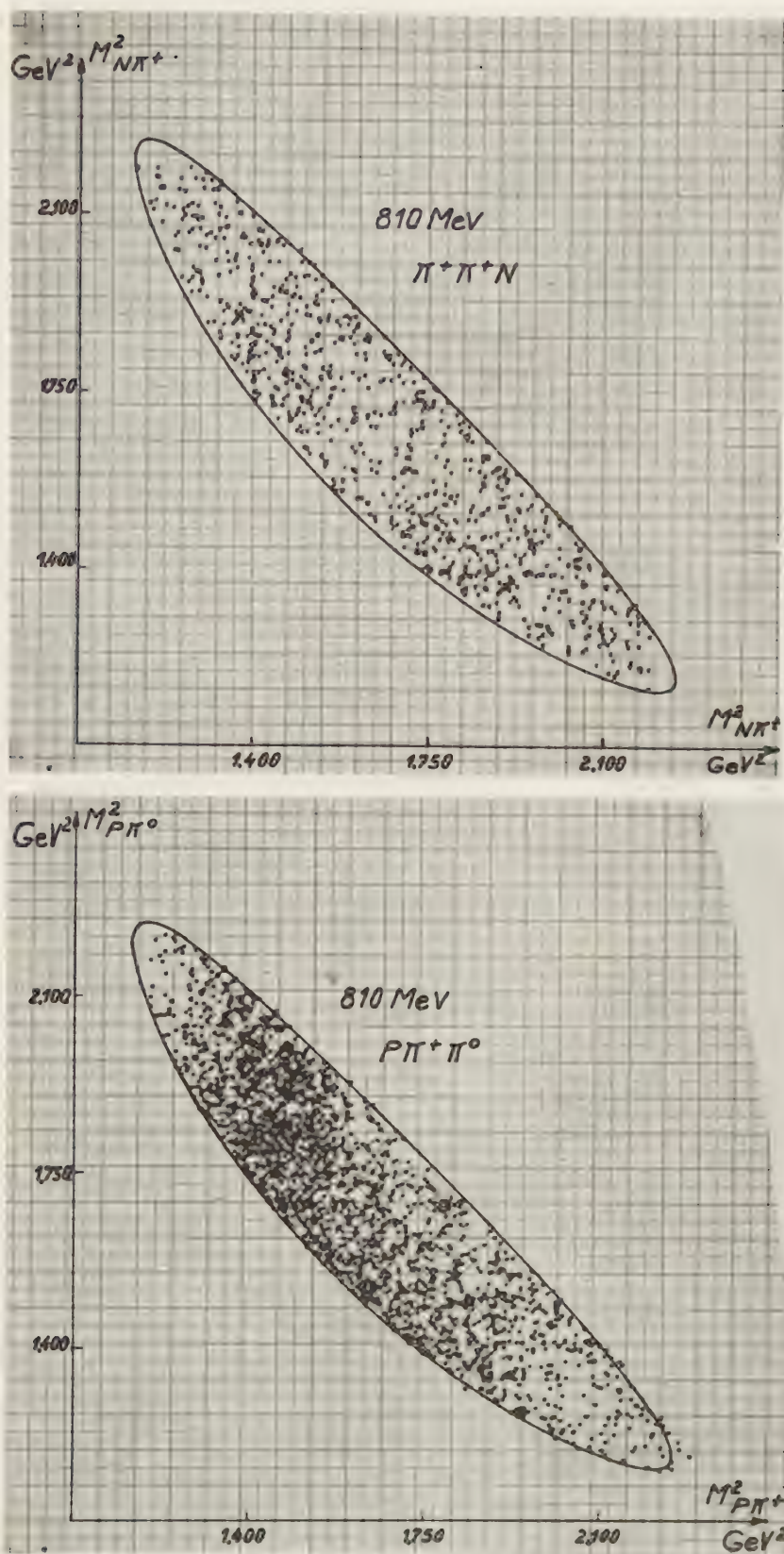


Fig. 6 - Diagrammes de Dalitz pour les réactions $p \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^+$ à 810 MeV

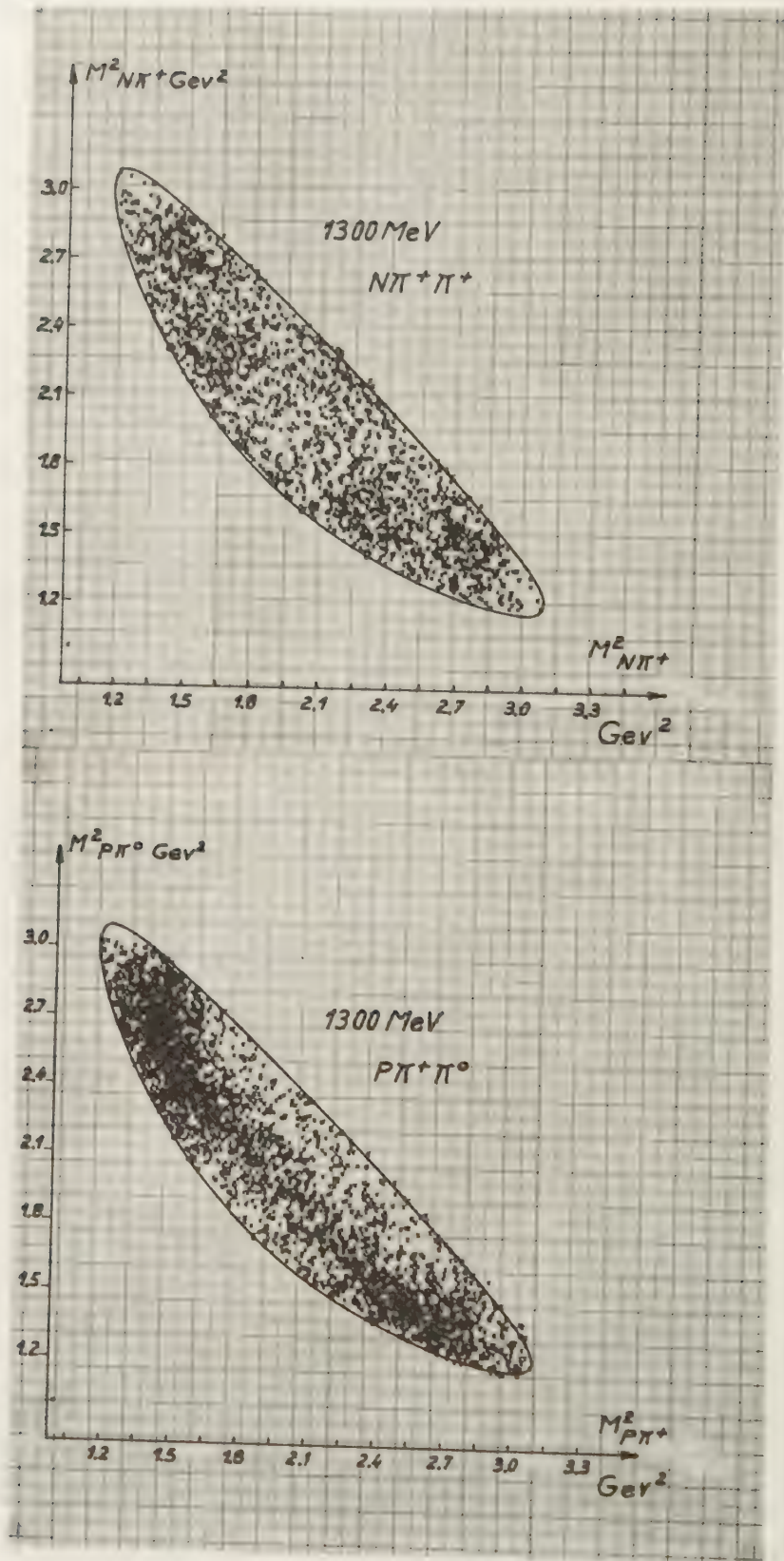


Fig. 7 - Diagrammes de Dalitz pour les réactions $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$ à 1300 MeV

L'estimation des sections efficaces de production de ces résonances est donc difficile. Pour en avoir une idée nous avons ajusté sur les spectres de masse $p \pi^+$, $p \pi^0$ et $\pi^+ \pi^0$ pris simultanément, une fonction de la forme :

$$\alpha_1 BW_1 + \alpha_2 BW_2 + \alpha_3 BW_3 + \alpha_4 EP$$

BW_1 , BW_2 , BW_3 représentant les fonctions de Breit et Wigner du ρ , du N_{33}^{*++} et du N_{33}^{*+} ; les paramètres de ces fonctions ayant les valeurs suivantes : $M_\rho = 760$ MeV, $\Gamma_\rho = 120$ MeV; $M_{N^*} = 1220$ MeV; $\Gamma_{N^*} = 100$ MeV.

EP représente l'espace des phases à 3 corps

α_i étant les pourcentages respectifs de ces 4 facteurs.

Pour chaque spectre on tient compte de la résonance produite dans la voie correspondante et des échos des résonances des autres voies. On suppose une distribution isotrope à la désintégration de chacune des résonances et on néglige les effets d'interférence entre les résonances. Les valeurs que nous donnons ci-dessous ne doivent donc être prises que comme un ordre de grandeur. Seule une étude systématique tenant compte des corrélations angulaires et des effets d'interférence peut donner la valeur des sections efficaces de production du ρ et de l'isobare $3/2 \ 3/2$.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau III. Les erreurs sont celles données par l'ajustement.

TABLEAU III

	810 MeV $\chi^2/ND \sim 4$		1300 MeV $\chi^2/ND \sim 5$	
	%	mb	%	mb
N^{*++}	65 ± 3	$6,3 \pm 0,3$	45 ± 2	$5 \pm 0,2$
N^{*+}	16 ± 2	$1,5 \pm 0,2$	18 ± 1	$2 \pm 0,1$
N^*	81 ± 4	$7,8 \pm 0,4$	63 ± 3	$7 \pm 0,3$
ρ	9 ± 3	$0,9 \pm 0,3$	30 ± 2	$3,3 \pm 0,2$
E.P.	10 ± 4	$1,0 \pm 0,4$	7 ± 3	$0,8 \pm 0,3$

Tabl.III - Sections efficaces partielles de la voie $p\pi^+\pi^0$ obtenues par ajustement des trois spectres de masse $p\pi^+$, $p\pi^0$ et $\pi^+\pi^0$ pris simultanément.

Spectres de masse

Les figures (8) et (9) montrent les différents spectres de masse aux deux énergies. Les courbes ont été calculées d'après le modèle isobarique et sont normalisées au nombre d'événements. Le modèle de Yodh et Olsson correspond à la production dans l'onde $DS3^{*)}$.

*) Notation des ondes (voir figure (11,c)) : $LL'2J$

L moment orbital π -N initial; L' moment orbital π -N* final;

J moment angulaire total.

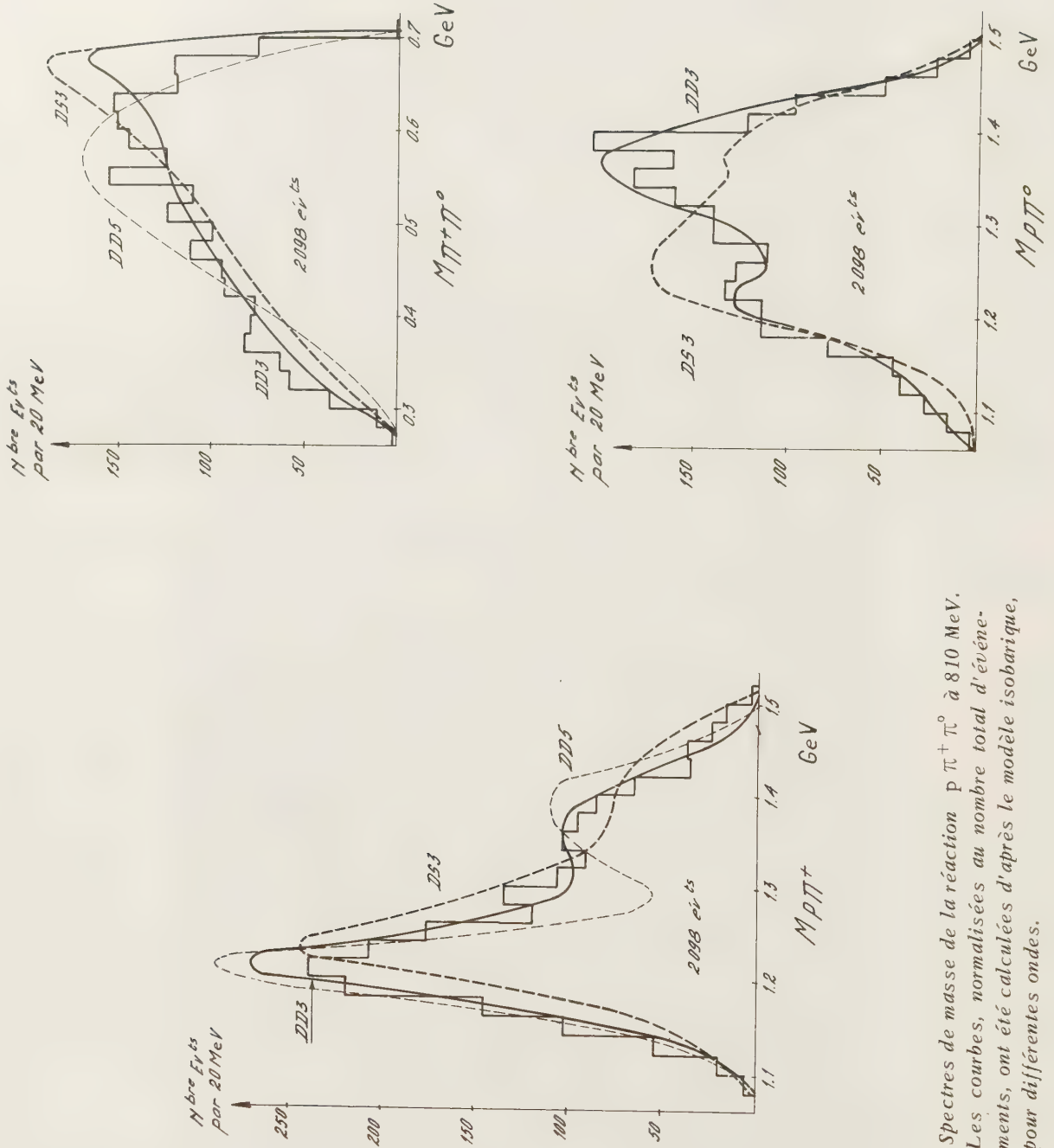


Fig. 8 - Spectres de masse de la réaction $p \pi^+ \pi^0$ à 810 MeV. Les courbes, normalisées au nombre total d'événements, ont été calculées d'après le modèle isobarique, pour différentes ondes.

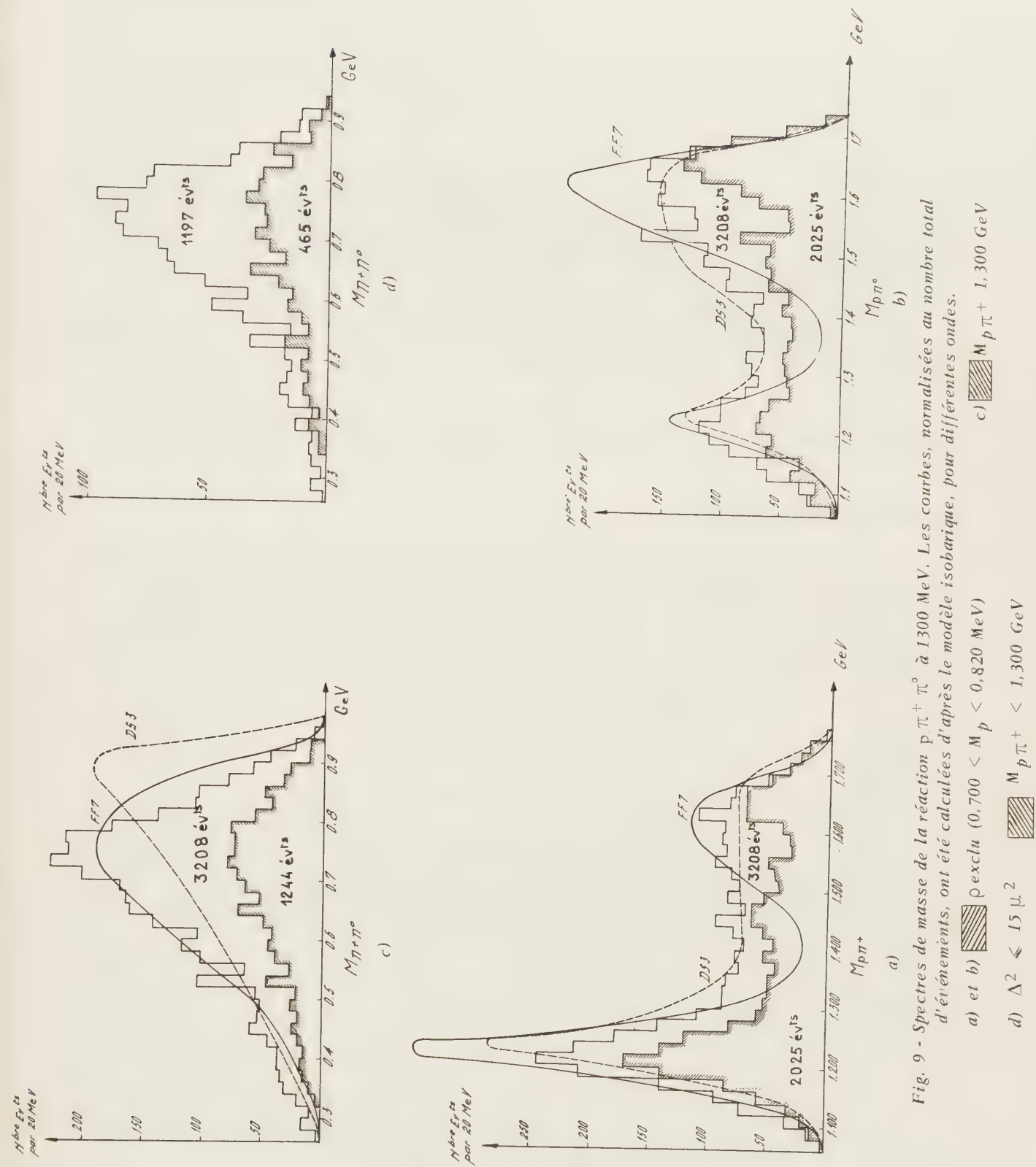


Fig. 9 - Spectres de masse de la réaction $p, \pi^+ \pi^0$ à 1300 MeV. Les courbes, normalisées au nombre total d'événements, ont été calculées d'après le modèle isobarique, pour différentes ondes.

Le modèle isobarique rend bien compte des spectres $N \pi$, excepté un déplacement du pic. Si on veut associer ce déplacement à un effet de barrière centrifuge, on doit supposer la production de l'isobare dans des ondes de moment orbital élevé (2 à 3).

A 810 MeV on constate que les spectres nucléon- π sont bien rendus par la production dans l'onde DD_3 . Sur le spectre $p \pi^0$ on remarque que si l'on ne considère la production que par l'onde DS_3 , la production de l'isobare $p \pi^0$ est trop faible. C'est ce qui avait été observé dans les expériences précédentes dont les résultats étaient comparés au modèle de YOHD et OLSSON [4, 18]. La prise en considération d'ondes plus élevées traduit l'existence de l'isobare $p \pi^0$ dans un rapport compatible avec les coefficients de Clebsch-Gordan de l'isospin.

On peut donc penser que l'essentiel de la réaction passe par la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$. Le spectre de masse $\pi\pi$ est en moins bon accord avec les prévisions du modèle isobarique, mais il peut très bien être rendu par une combinaison des différentes ondes partielles.

A 1300 MeV aucune onde ne rend bien compte des spectres de masse, ce qui peut s'expliquer par la présence du méson ρ . Nous remarquons que l'onde FF7, dans le spectre de masse $\pi\pi$ donne un maximum à l'emplacement du méson ρ , ce qui accroît la difficulté d'isoler sa contribution.

Distributions angulaires de production

La figure (10) montre les distributions angulaires des trois particules finales dans le centre de masse général, p , π^+ , π^0 respectivement opposées au dipion, à l'isobare N^{*+} et à l'isobare N^{*++} . L'isobare est fortement produit vers l'arrière et ce d'autant plus que l'énergie est plus élevée. La distribution de l'angle de production de l'isobare N_{33}^{*++} (correspondant aux événements pour lesquels la masse $p \pi^+$ est comprise entre 1,16 et 1,30 GeV et nommés événements « isobares » dans ce qui suit) a été développée en polynômes de Legendre [19] sous la forme :

$$\frac{2}{\pi \lambda^2} \frac{d\sigma}{d \cos \theta} = C_0 + \sum_l C_l P_l (\cos \theta)$$

Les valeurs obtenues pour les coefficients C_l sont rassemblées ci-dessous :

TABLEAU IV

TINC MeV	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
810	1,48 $\pm 0,05$	0,85 $\pm 0,08$	0,04 $\pm 0,10$	- 0,40 $\pm 0,11$	- 0,48 $\pm 0,14$	- 0,17 $\pm 0,16$	- 0,26 $\pm 0,18$
1 300	1,77 $\pm 0,05$	0,76 $\pm 0,11$	2,05 $\pm 0,13$	1,1 $\pm 0,14$	- 0,43 $\pm 0,18$	- 0,28 $\pm 0,18$	- 1,78 $\pm 0,21$

Tabl. IV - Coefficients du développement en polynômes de Legendre de la distribution angulaire des événements « isobares N^{*++} » ($1,160 \leq M_{p\pi^+} \leq 1,300$ GeV).

A 810 MeV la présence des termes C_3 et C_4 laisse supposer une production importante de l'isobare dans les ondes P et D. A 1300 MeV, le fort terme C_6 montre la production de l'isobare en onde F.

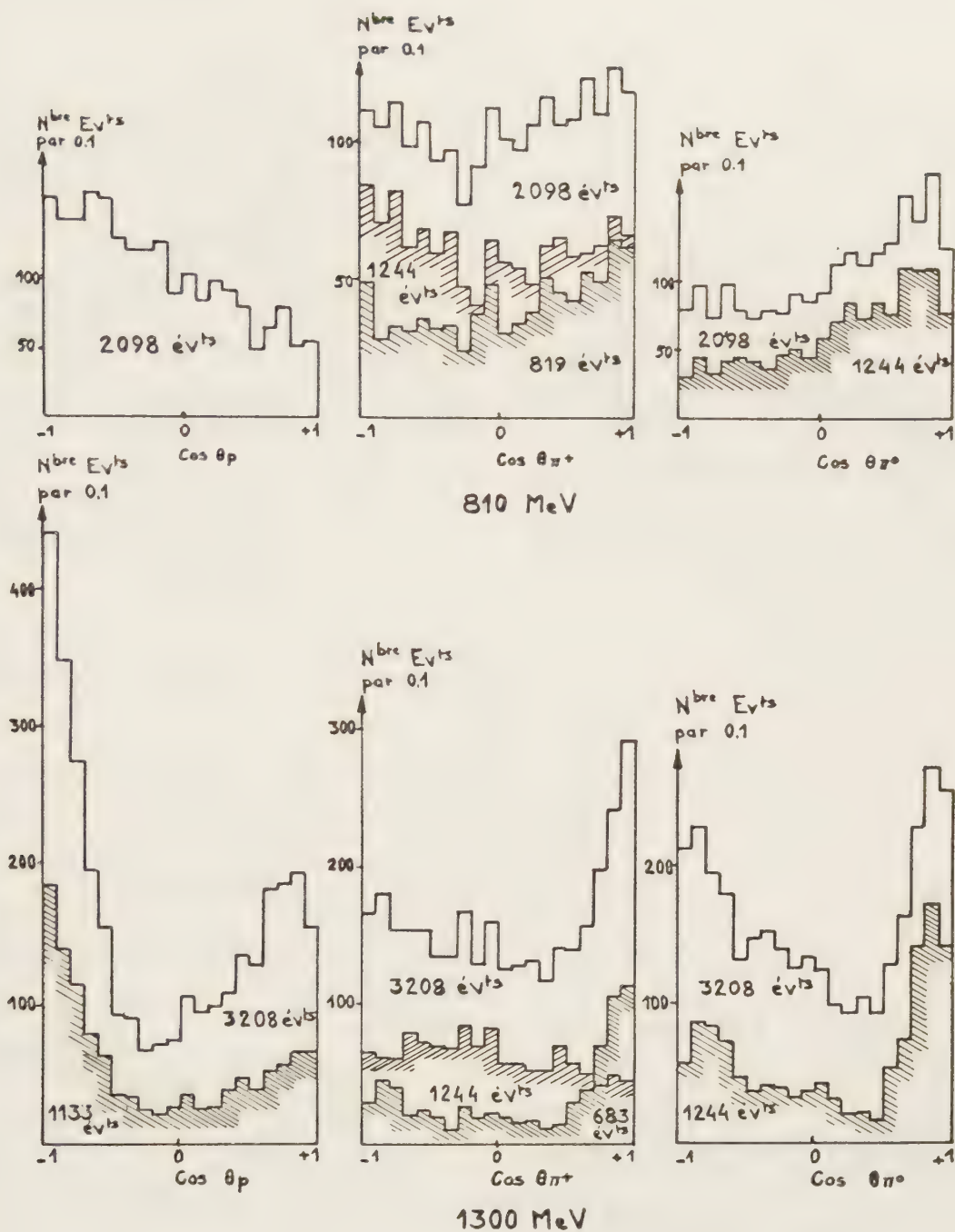


Fig. 10 - Distributions angulaires des trois particules finales dans le centre de masse de la réaction

$\text{Cos } \theta_p :$		$0,700 < M_{\pi^+ \pi^0} < 0,820$
$\text{Cos } \theta_{\pi^0} :$		$1,16 < M_{p \pi^+} < 1,30$
$\text{Cos } \theta_{\pi^\pm} :$		$1,16 < M_{p \pi^-} < 1,30$
		$1,16 < M_{p \pi^0} < 1,30$

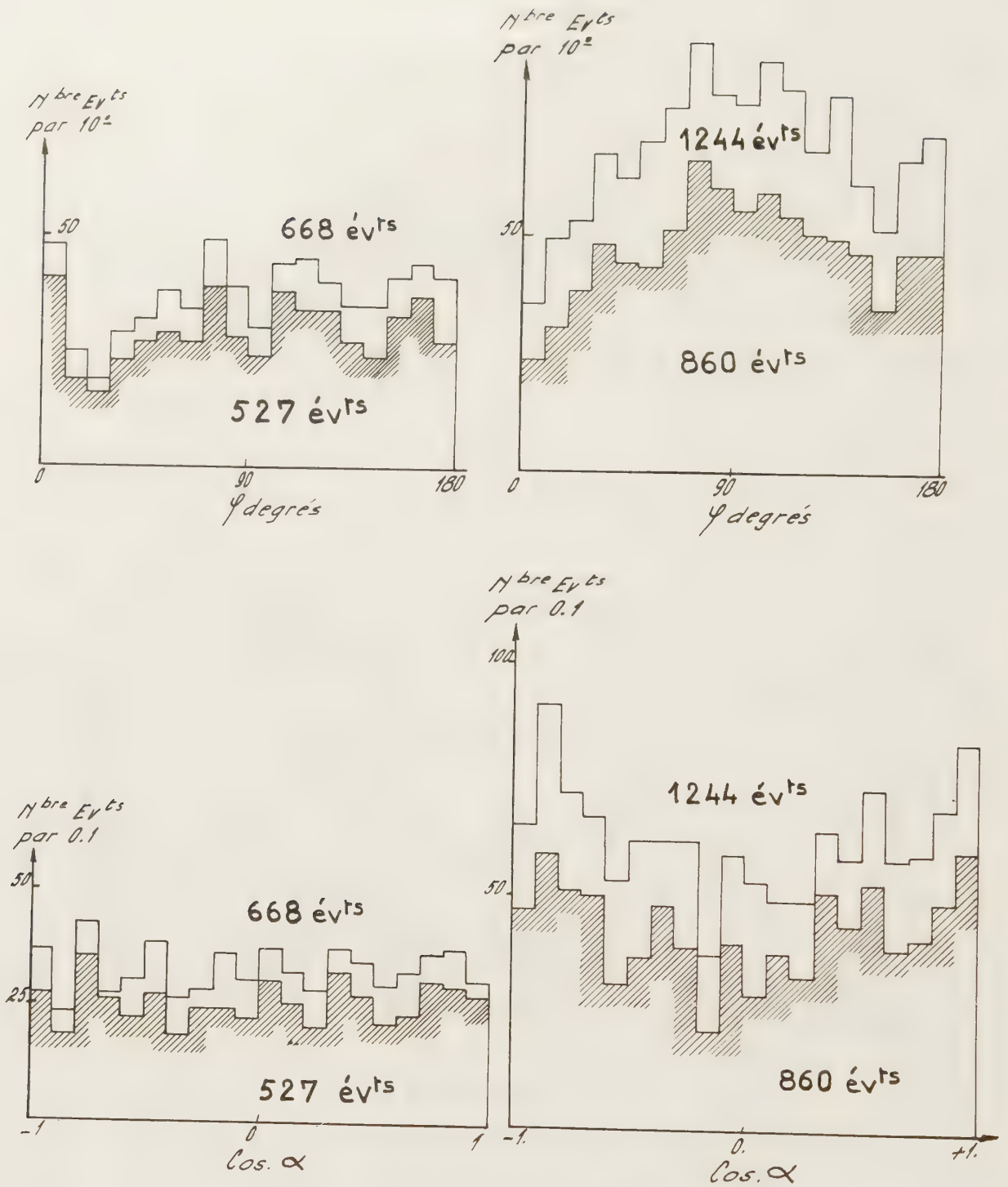


Fig. 12 - Distribution de $\cos \alpha$ et φ à 810 MeV. A gauche événements pour lesquels $M_{p\pi^+} > 1300$ MeV. A droite événements pour lesquels $1160 \leq M_{p\pi^+} \leq 1300$ MeV.

$\Delta^2_{p\pi^+} < 20 \mu^2$

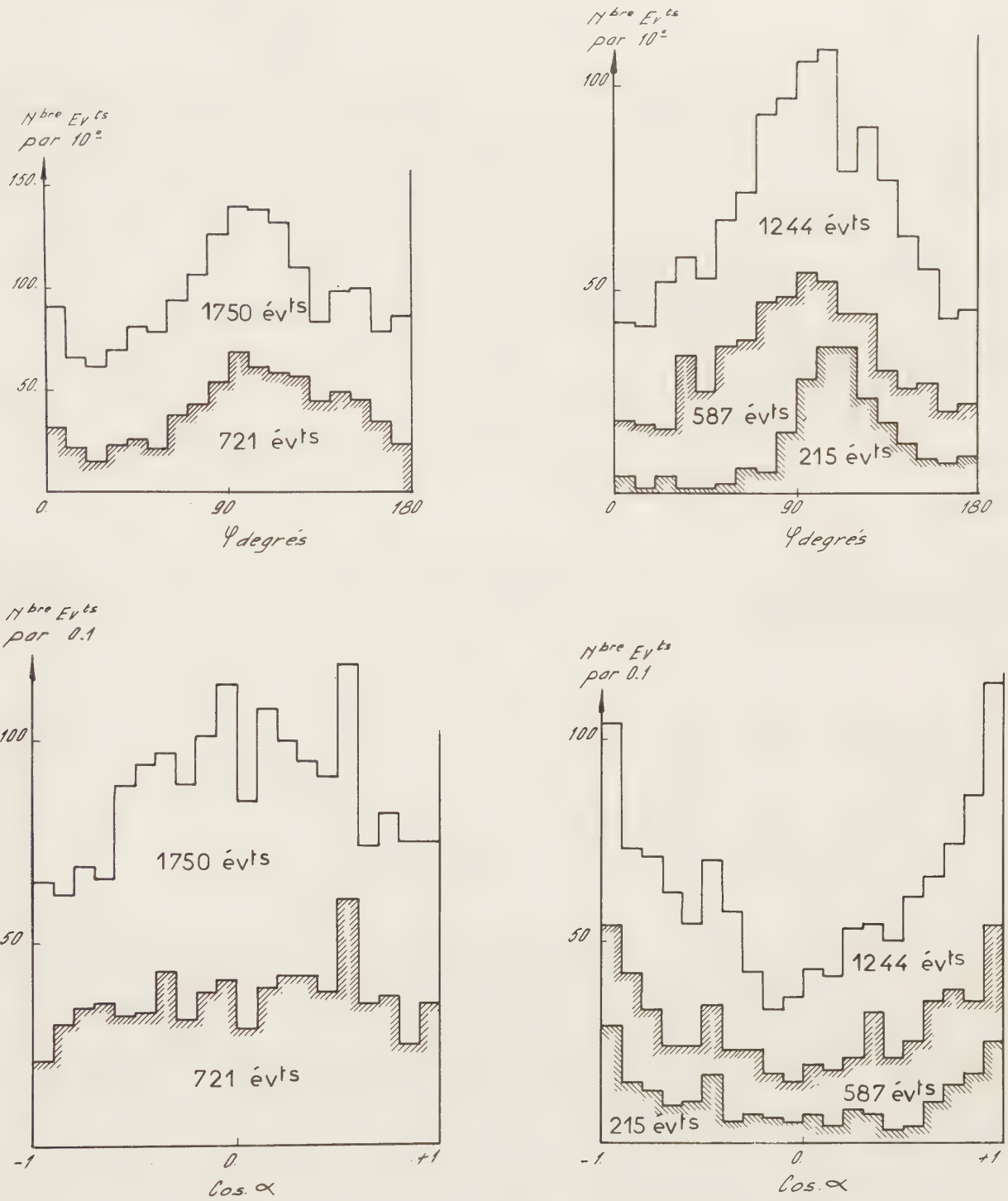


Fig. 13 - Distribution de $\cos \alpha$ et φ à 810 MeV. A gauche événements pour lesquels $M_P \pi^+ > 1300$ MeV. A droite, événements pour lesquels $1160 < M_P \pi^+ < 1300$ MeV

 $\Delta^2_P \pi^+ < 20 \mu^2$

 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta^2_P \pi^+ < 20 \mu^2 \\ 700 < M_{\pi^+ + \pi^0} < 820 \text{ MeV} \end{array} \right.$

Modèle à échange de ρ

La forte production de l'isobare vers l'arrière suggère la production périphérique par échange de ρ proposée par Stodolsky et Sakurai. Les figures (12) et (13) montrent les distributions des angles α et φ définis au paragraphe précédent pour les événements isobares ($1,16 \leq M_{p\pi^+} \leq 1,30$) et pour les événements tels que $M_{p\pi^+} > 1,30$ GeV. Des ajustements par moindres carrés en polynômes de $\cos \alpha$ ou de $\cos \varphi$ ont donné les coefficients suivants pour les événements « isobares » :

$$\text{à } 810 \text{ MeV} \quad \begin{cases} 1 - (0,02 \pm 0,07) \cos \alpha + (0,54 \pm 0,14) \cos^2 \alpha \\ 1 - (0,08 \pm 0,03) \cos \varphi - (0,39 \pm 0,06) \cos^2 \varphi \end{cases}$$

$$\text{à } 1300 \text{ MeV} \quad \begin{cases} 1 + (0,09 \pm 0,08) \cos \alpha + (1,6 \pm 0,15) \cos^2 \alpha \\ 1 - (0,05 \pm 0,02) \cos \varphi - (0,57 \pm 0,05) \cos^2 \varphi \end{cases}$$

à comparer à : $1 + 3 \cos^2 \alpha$ et $3 - 2 \cos^2 \varphi$.

Si on se limite aux événements isobares qui correspondent le mieux à l'hypothèse d'une production périphérique, c'est-à-dire tels que le moment transféré à l'isobare soit inférieur à $20 \mu^2$, on trouve alors :

$$\text{à } 810 \text{ MeV} \quad \begin{cases} 1 + (0,04 \pm 0,1) \cos \alpha + (0,72 \pm 0,2) \cos^2 \alpha \\ 1 - (0,08 \pm 0,03) \cos \varphi - (0,42 \pm 0,06) \cos^2 \varphi \end{cases}$$

$$\text{à } 1300 \text{ MeV} \quad \begin{cases} 1 + (0,04 \pm 0,12) \cos \alpha + (1,8 \pm 0,22) \cos^2 \alpha \\ 1 - (0,05 \pm 0,03) \cos \varphi - (0,65 \pm 0,06) \cos^2 \varphi \end{cases}$$

Ces distributions angulaires semblent indiquer la présence de ce processus de production pour l'isobare. Mais rappelons que la contamination en méson ρ est grande et que surtout la spécificité de ces tests n'est pas certaine : la production de l'isobare dans certaines ondes partielles donne des distributions comparables [20]. Ce sont les familles d'ondes telles que $J = L' \pm \frac{1}{2}$ (sauf PP1). De plus, la distribution de l'angle de production de l'isobare $p \pi^+$ (figure 10), n'est pas en accord avec le modèle. Pour le pic vers l'arrière l'accord avec les données expérimentales ne peut être obtenu qu'en prenant pour le facteur de forme qui apparaît dans la formule de Stodolsky et Sakurai une valeur variable avec l'énergie [21], [22]. De plus, à 1300 MeV on observe une bosse au centre et une remontée vers l'avant. Certains auteurs [23] ont cherché à expliquer cette remontée par la présence de mécanisme d'échange d'un nucléon [24]. Mais il reste à expliquer la bosse centrale. Ces distributions angulaires sont bien expliquées par la présence d'ondes résonnantes, responsables des maximums dans la section efficace. (La section efficace calculée selon le modèle donne une courbe continue dont la hauteur dépend de la valeur du facteur de forme). On peut donc conclure que le mécanisme d'échange d'un ρ est peut être présent mais qu'il est pour l'instant difficile à séparer et ne permet pas d'expliquer l'ensemble de la production de l'isobare $3/2 \rightarrow 3/2$.

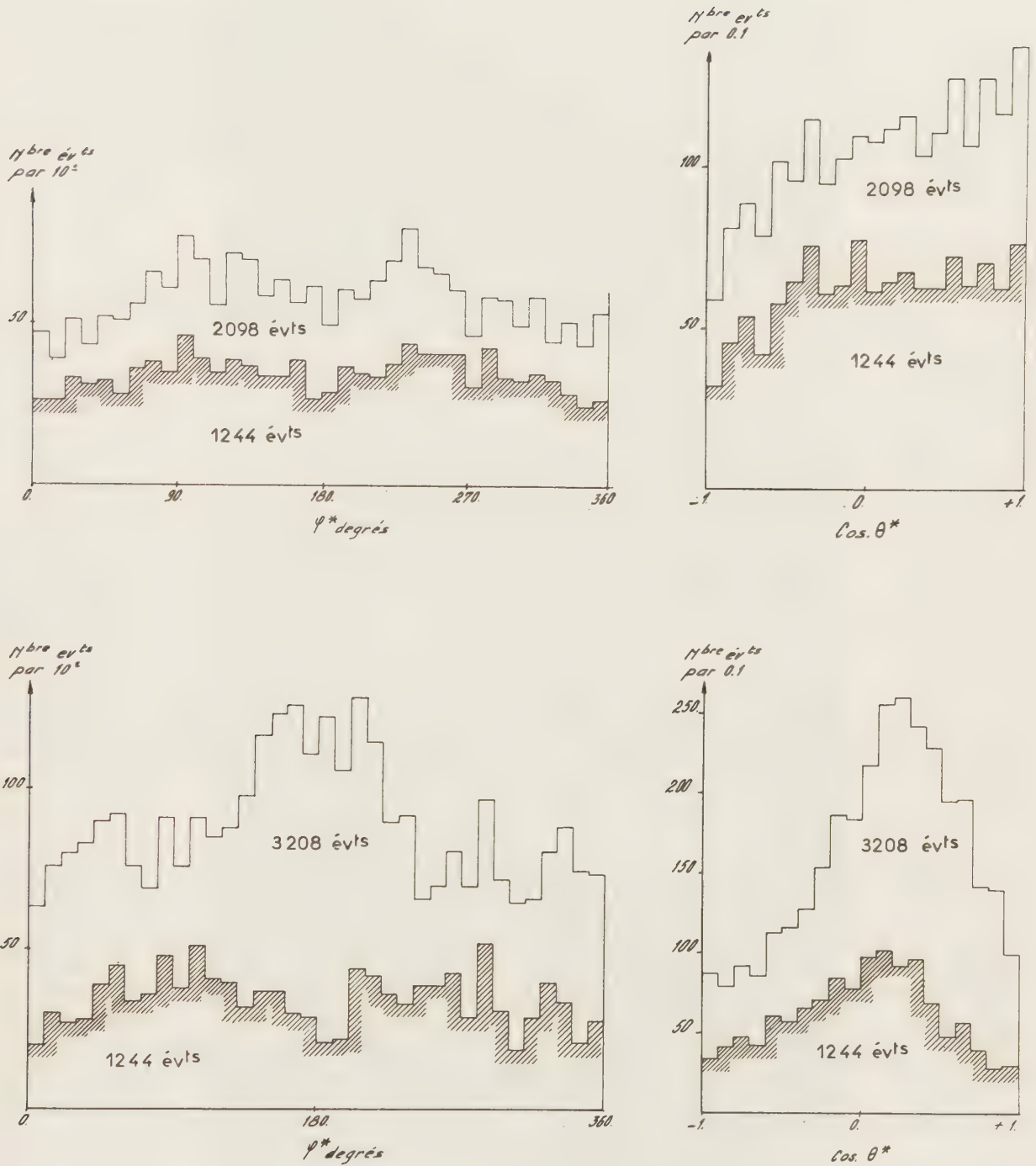


Fig. 14 - Distribution des angles de désintégration θ^* et φ^* de l'isobare à 810 et 1300 MeV.

 $1160 < M_{p\pi^+} < 1300 \text{ MeV}.$

Distributions angulaires de désintégration

La figure (14) montre les distributions angulaires de désintégration de l'isobare : $\cos \theta^*$ angle entre le proton de désintégration dans le centre de masse de l'isobare et la ligne de vol de l'isobare dans le centre de masse général, φ^* angle entre le plan de production et le plan de désintégration. Ces distributions montrent une concavité vers le bas et sont compatibles avec la présence dominante des familles d'ondes $J = L \pm \frac{1}{2}$. A 810 MeV la distribution en $\cos \theta^*$ montre une asymétrie qu'on peut expliquer par l'interférence BBS et se traduisant par un excès d'événements vers les valeurs de $\cos \theta^*$ voisines de +1.

Production du méson ρ^+

La production du méson ρ est la plus abondante pour les faibles valeurs du quadrimoment transféré au proton. La figure (9) montre en effet que le pic dans la masse du dipion entre 700 et 800 MeV est superposé à un fond relativement moins important pour les événements où le transfert au proton est inférieur à $15 \mu^2$. Ceci peut être vu d'une façon plus claire sur le diagramme de Chew et Low (figure (15)) où l'on observe une très forte accumulation de points aux faibles valeurs de Δ^2 et dans la zone de masse du ρ . Cette concentration vers l'arrière du proton dans le centre de masse s'interprète par la production périphérique du méson ρ , par échange du méson π . Dans l'interaction π^-p le processus périphérique de la production du ρ peut être convenablement isolé et permet l'étude de la diffusion $\pi\pi$ [25]. Ce n'est pas le cas dans la diffusion π^+p en dessous de 1,5 GeV où la production du ρ est défavorisée alors que celle de l'isobare est beaucoup plus importante. Nous avons déjà mentionné en effet la difficulté à séparer les deux voies $N^* + \pi$ et $\rho + n$ sur le diagramme de Dalitz. Le fort recouvrement de l'isobare et du ρ a pour conséquence des effets d'interférence difficiles à analyser. On peut en effet remarquer que le spectre $\pi\pi$ est très différent pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz : l'une correspondant à $M_p \pi^0 > M_p \pi^+$ où l'isobare N_{33}^{*++} domine et l'autre à $M_p \pi^+ > M_p \pi^0$ où c'est l'isobare N_{33}^{*+} qui domine (Figure (16)). La présence et l'interférence de l'isobare modifie la masse et la largeur apparentes du ρ^+ . De plus, l'émission vers l'arrière de l'isobare entraîne l'émission préférentielle vers l'arrière du proton (ou inversement). La figure (17) nous montre en effet que la majorité des événements de faible Δ^2 au proton correspondent à des événements de faible Δ^2 à l'isobare. Ce qui accroît les difficultés à séparer les deux voies.

L'effet de la contamination de l'isobare se retrouve également dans la distribution de l'angle des π de désintégration du ρ avec sa ligne de vol, dans son centre de masse. Lorsque cet angle varie de $-1,0$ à $+1,0$, pour une valeur donnée de la masse du ρ , le point représentatif dans le diagramme de Dalitz se déplace sur une ligne perpendiculaire à la bissectrice des axes. Cette ligne coupe les zones des isobares N^{*++} et N^{*+} . Vu l'émission très pointée vers l'avant du ρ , cet angle est voisin de l'angle de diffusion $\pi\pi$, défini comme étant l'angle que fait le π diffusé avec le π incident dans le centre de masse du dipion. Si la diffusion $\pi\pi$ se fait en onde P (ce qui correspond à la seule présence du ρ) on s'attend à une distribution en $\cos^2 \theta_{\pi\pi}$. La figure (18) montre cette distribution pour les événements de la zone du ρ ($0,700 < M_{\pi\pi} < 0,820$). Elle montre un excès d'événements au voisinage de $\cos \theta_{\pi\pi} = +1$. L'ajustement par un polynôme du 2ème ordre en $\cos \theta_{\pi\pi}$ donne :

$$1 + (0,3 \pm 0,1) \cos \theta_{\pi\pi} + (1,1 \pm 0,2) \cos^2 \theta_{\pi\pi}.$$

La distribution devient plus symétrique et le fond moins important :

$$1 + (0,04 \pm 0,2) \cos \theta_{\pi\pi} + (2,3 \pm 0,2) \cos^2 \theta_{\pi\pi}$$

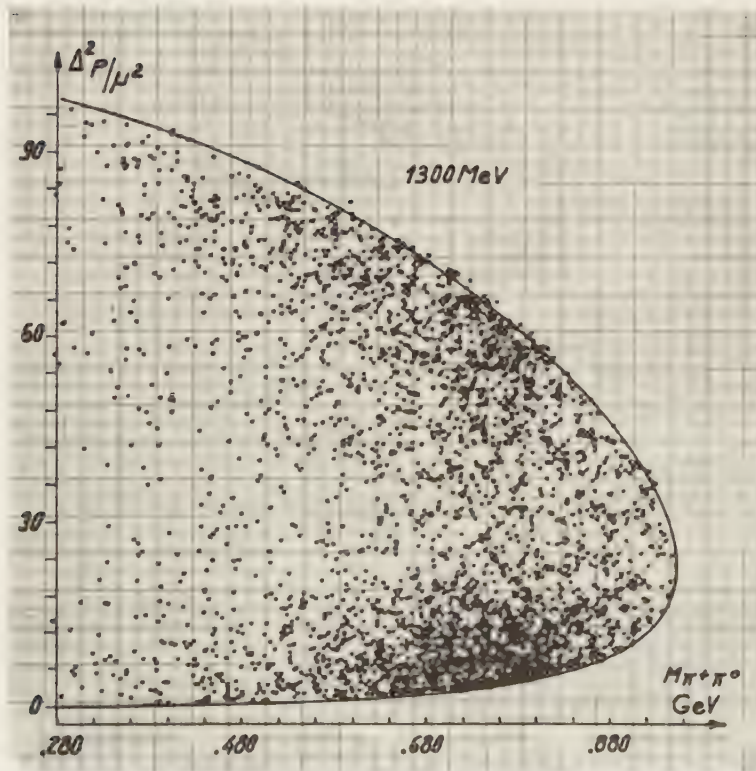
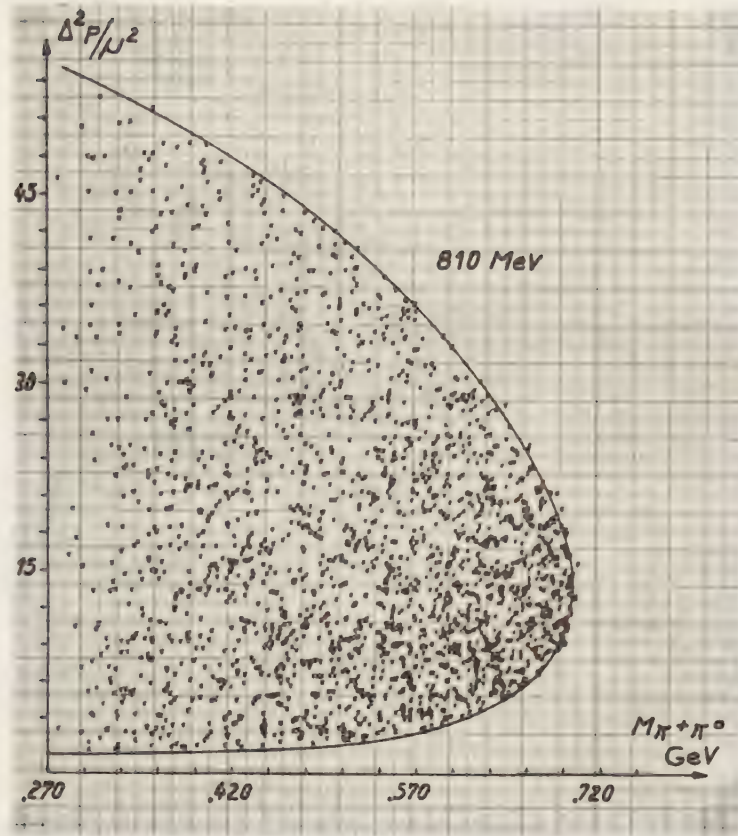


Fig. 15 - Diagramme de Chew et Low à 810 et 1300 MeV pour la réaction $\rho \pi^+ \pi^0$.

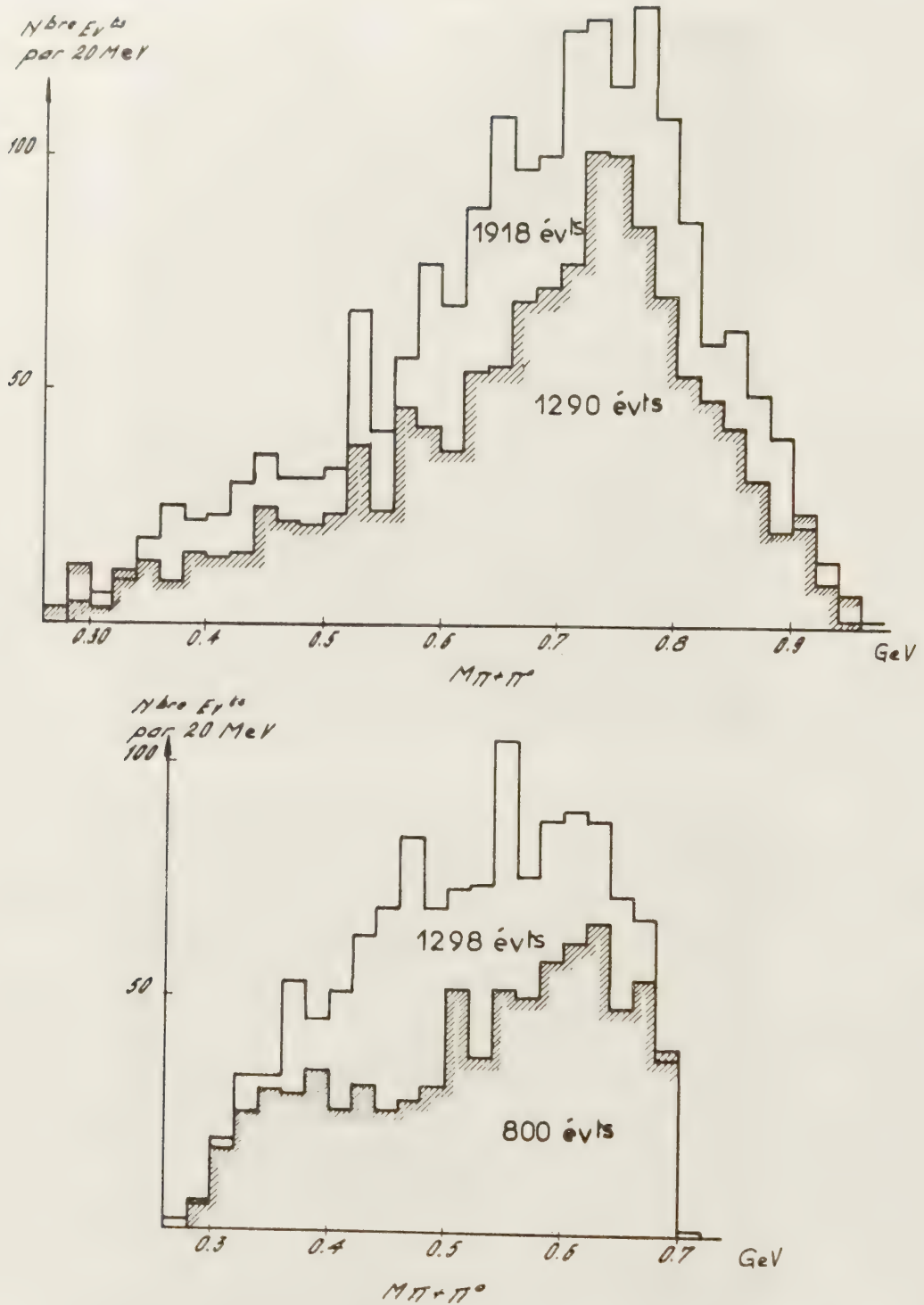


Fig. 16 - Spectres de masse du dipion à 810 et 1300 MeV pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz :

$M_{\rho^-\pi^-} > M_{\rho^0\pi^-}$

$M_{\rho^0\pi^0} < M_{\rho^+\pi^+}$

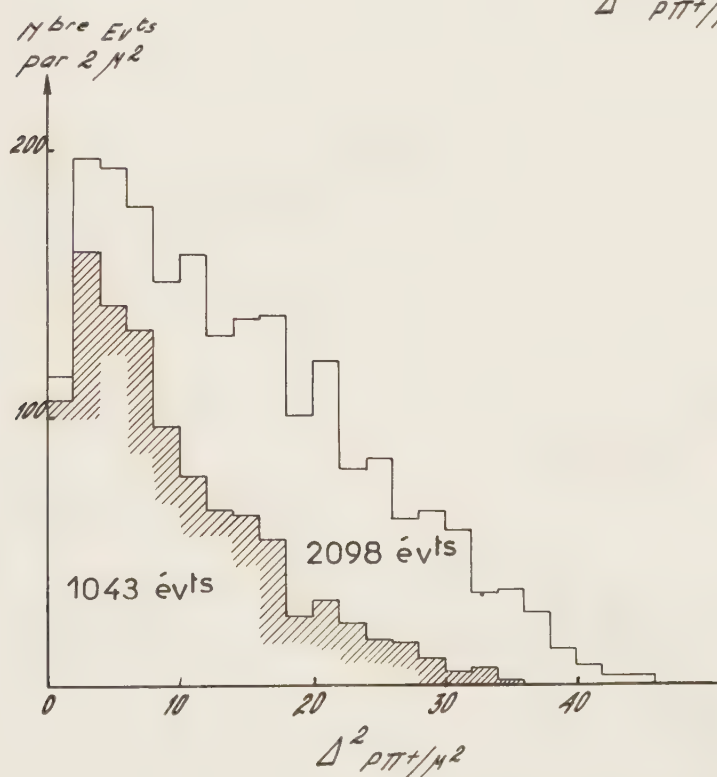
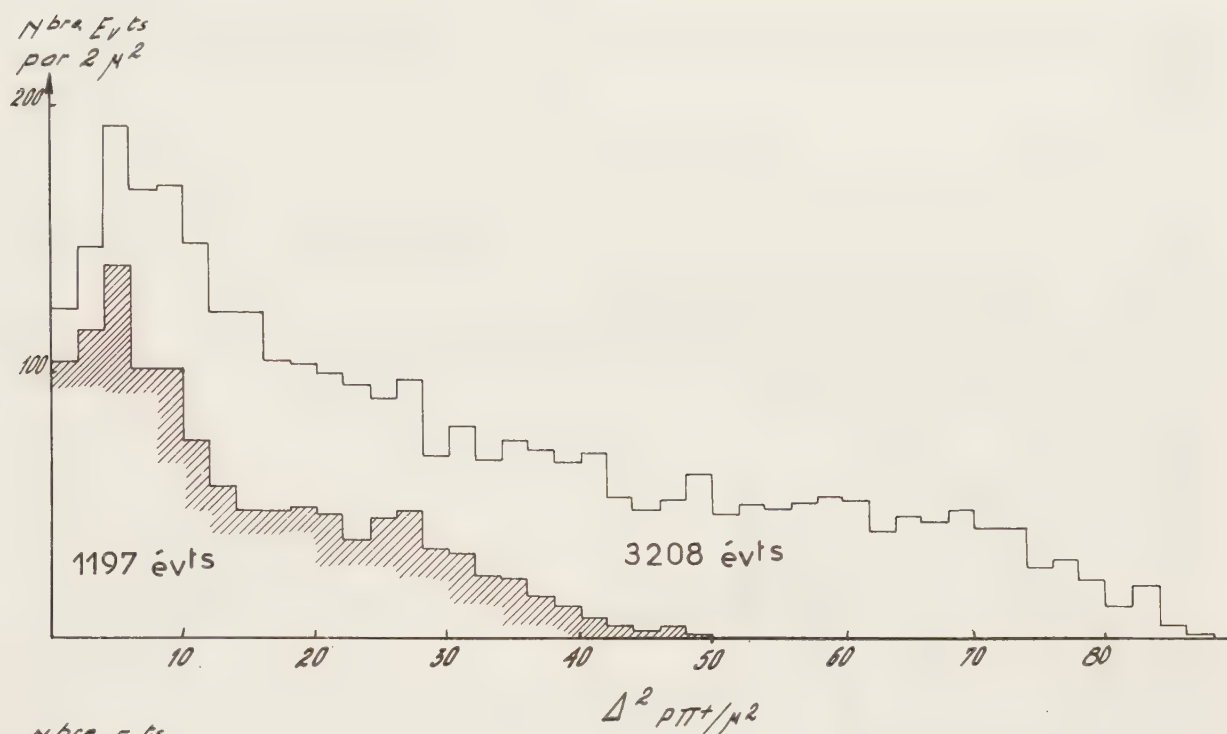


Fig. 17 - Distribution du quadrimoment transféré au sous-système $p\pi^+$ à 810 et 1300 MeV



$\Delta^2_p < 15 \mu^2$

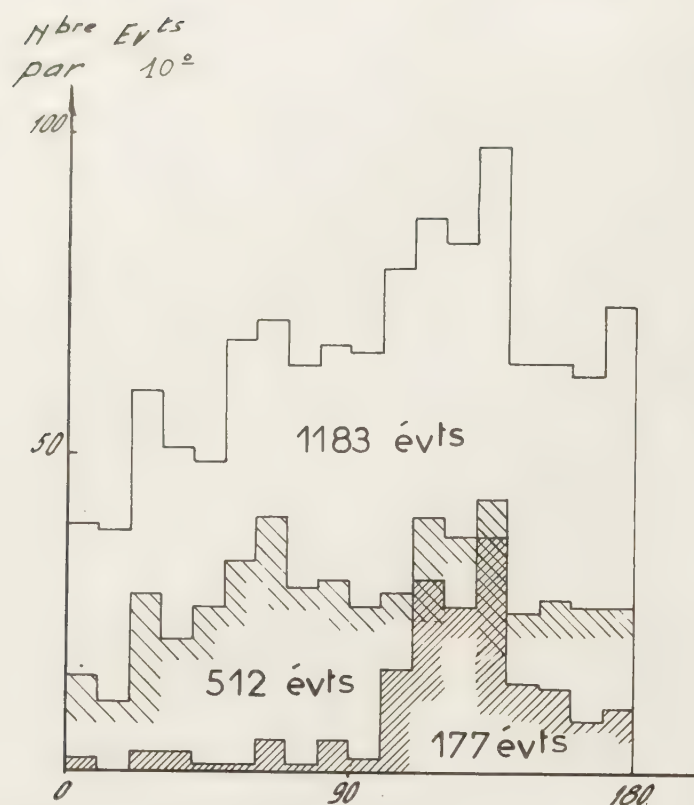
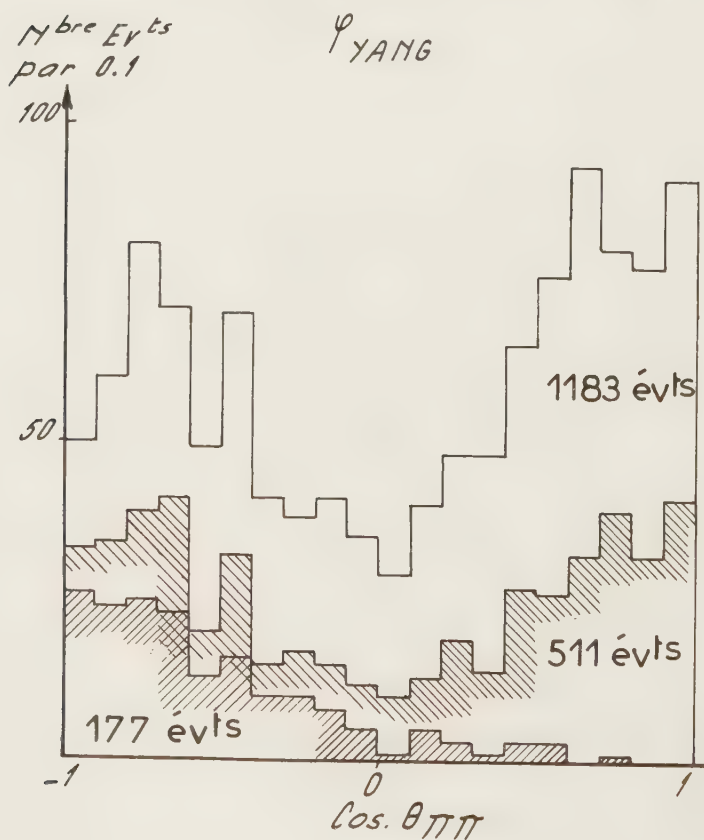


Fig. 18 - Distribution de l'angle de diffusion $\pi\pi$ et de l'angle de Treiman-Yang à 1300 MeV, pour les événements compris dans la zone du ρ : ($700 \leq M_{\pi^+\pi^0} \leq 820$ MeV)

 $\Delta_P^2 < 15 \mu^2$

 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta_P^2 < 15 \mu^2 \\ 1160 \leq M_{\rho\pi^+} \leq 1300 \text{ MeV} \end{array} \right.$



si l'on sélectionne les événements de faible Δ^2 au proton ($\Delta^2 < 15 \mu^2$). Même dans ce cas la contamination de l'isobare est très importante et limite donc toute étude sur la diffusion $\pi\pi$ dans la région physique.

C) - Réaction $\pi^+ \pi^+ n$ *

Diagrammes de Dalitz. Spectres de masse

Les figures (6) et (7) montrent les diagrammes de Dalitz pour la réaction $\pi^+ \pi^+ n$, où en raison de l'indiscernabilité des 2π nous avons porté deux points par événement. On y observe en plus de la production de l'isobare N_{33}^* celle d'autres isobares du nucléon comme le montrent les spectres de masse de la figure (19).

A 1300 MeV, nous observons très nettement la production des isobares $T = 1/2$ autour des masses 1515 et 1680 (ce dernier est défavorisé par l'espace des phases). Cette forte présence de l'interaction $T = 1/2$ est principalement responsable de la décroissance du rapport des sections efficaces des canaux $p \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^+$ (appelé rapport de charges dans ce qui suit). Ce rapport qui, selon le modèle de Lindenbaum et Sternheimer devrait être 6,5, est égal à 3,2. Les courbes représentent la production du N_{33}^* d'après le modèle isobarique et sont normalisées à un rapport de charge égal à 6,5. Aucun des deux pics de masses élevées n'est dû au reflet du N_{33}^* . La figure (20) montre les spectres obtenus après soustraction de ces contributions de l'isobare $3/2 \rightarrow 3/2$. Les courbes représentent les productions des isobares 1515 et 1680 et leurs échos respectifs, calculés d'après le modèle isobarique.

A 810 MeV, l'accord avec le modèle isobarique limité à l'isobare N_{33}^* est moins bon que pour la réaction $p \pi^+ \pi^0$ et ceci peut être dû aussi à l'effet d'une rediffusion π -nucléon dans l'état $T = 1/2$, relativement plus forte dans le canal $\pi^+ \pi^+ n$. A cette énergie les courbes sont normalisées au nombre total d'événements. Le rapport de charge est égal à 5. Mais on ne peut évaluer la contribution $T = 1/2$ qui pourrait expliquer cette valeur plus basse, sans tenir compte de l'interférence BBS dont la contribution dépend de l'onde considérée (figure (21)). A 810 MeV elle est encore assez grande pour changer beaucoup le rapport des sections efficaces des deux canaux dans un sens ou dans l'autre.

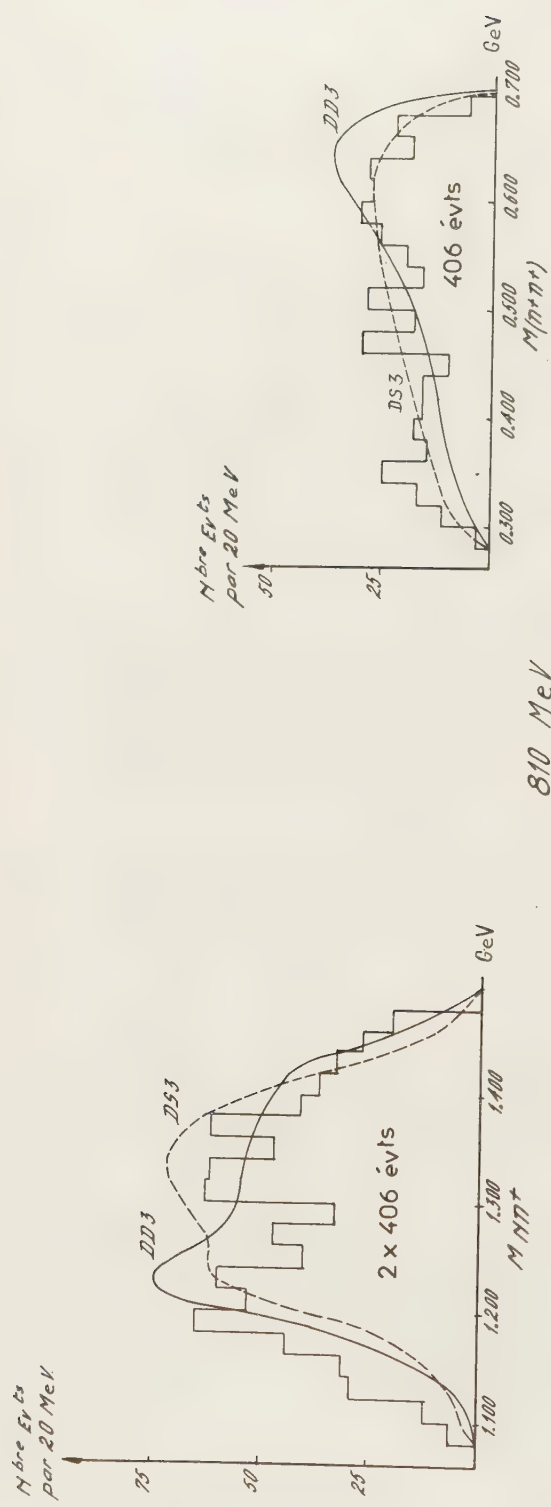
L'influence d'une interaction $\pi\pi$ dans l'état $T = 2$ serait quatre fois plus forte dans la voie $\pi^+ \pi^+ n$ que dans la voie $p \pi^+ \pi^0$, et pourrait donc contribuer à expliquer aussi la diminution du rapport de charge.

Distributions angulaires

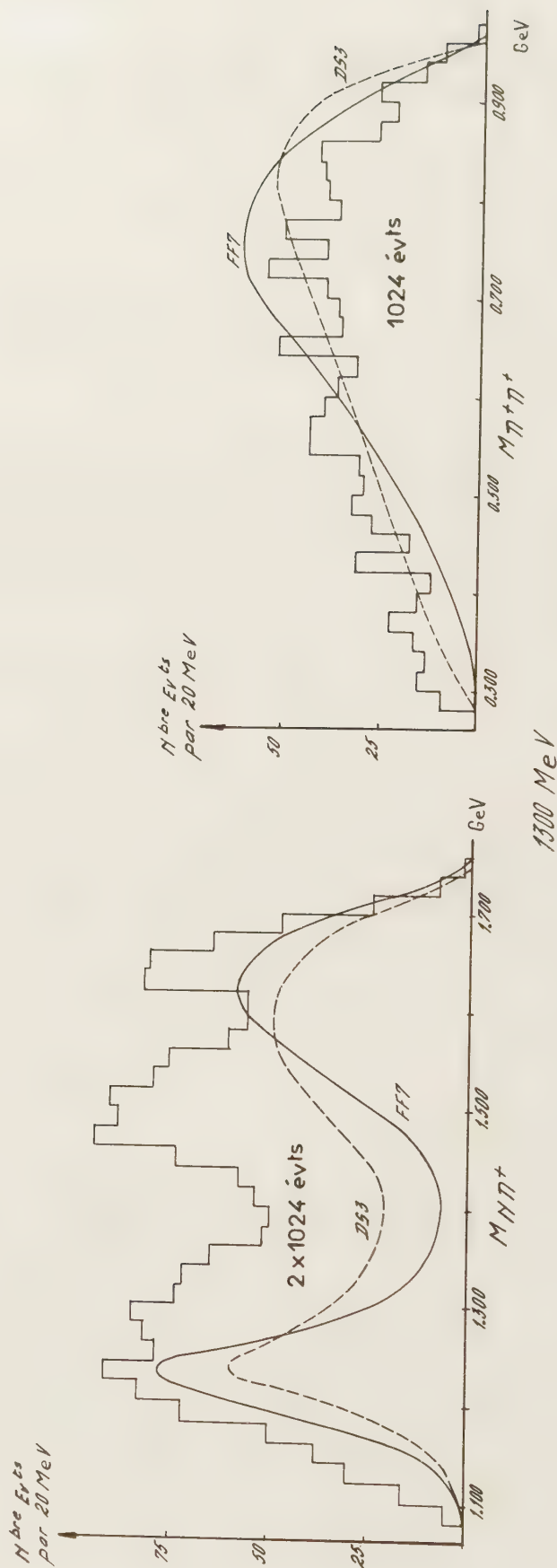
La figure (22) montre les distributions des angles de production des particules finales dans le centre de masse de la réaction. A 810 MeV, la distribution du neutron est pratiquement isotrope. A 1300 MeV, il est émis vers l'arrière : cela pourrait résulter en partie d'une interaction périphérique pion-pion dans l'état $T = 2$.

La distribution angulaire du π^+ pour les événements tels que $1,16 < M_{n\pi^+} < 1,30$ est voisine de celle du π^0 de recul de l'isobare N_{33}^{*++} : pic vers l'avant et remontée à l'arrière. Comme pour le π^0 nous avons développé la distribution du π^+ des événements « isobares » en polynômes de Legendre.

A 810 MeV, l'ajustement avec un terme du troisième ordre est suffisant pour décrire la distribution.



810 MeV



1300 MeV

Fig. 19 - Spectres de masse de la réaction $\pi^+ \pi^+ n$ à 810 et 1300 MeV. Les courbes sont calculées d'après le modèle isobarique. A 810 MeV, elles sont normalisées au nombre total d'événements. A 1300 MeV, pour le spectre $n \pi^+$, elles sont normalisées au nombre d'événements que l'on aurait si le rapport des sections efficaces $p \pi^+ \pi^0 / n \pi^+ \pi^+$ était égal à 6,5.

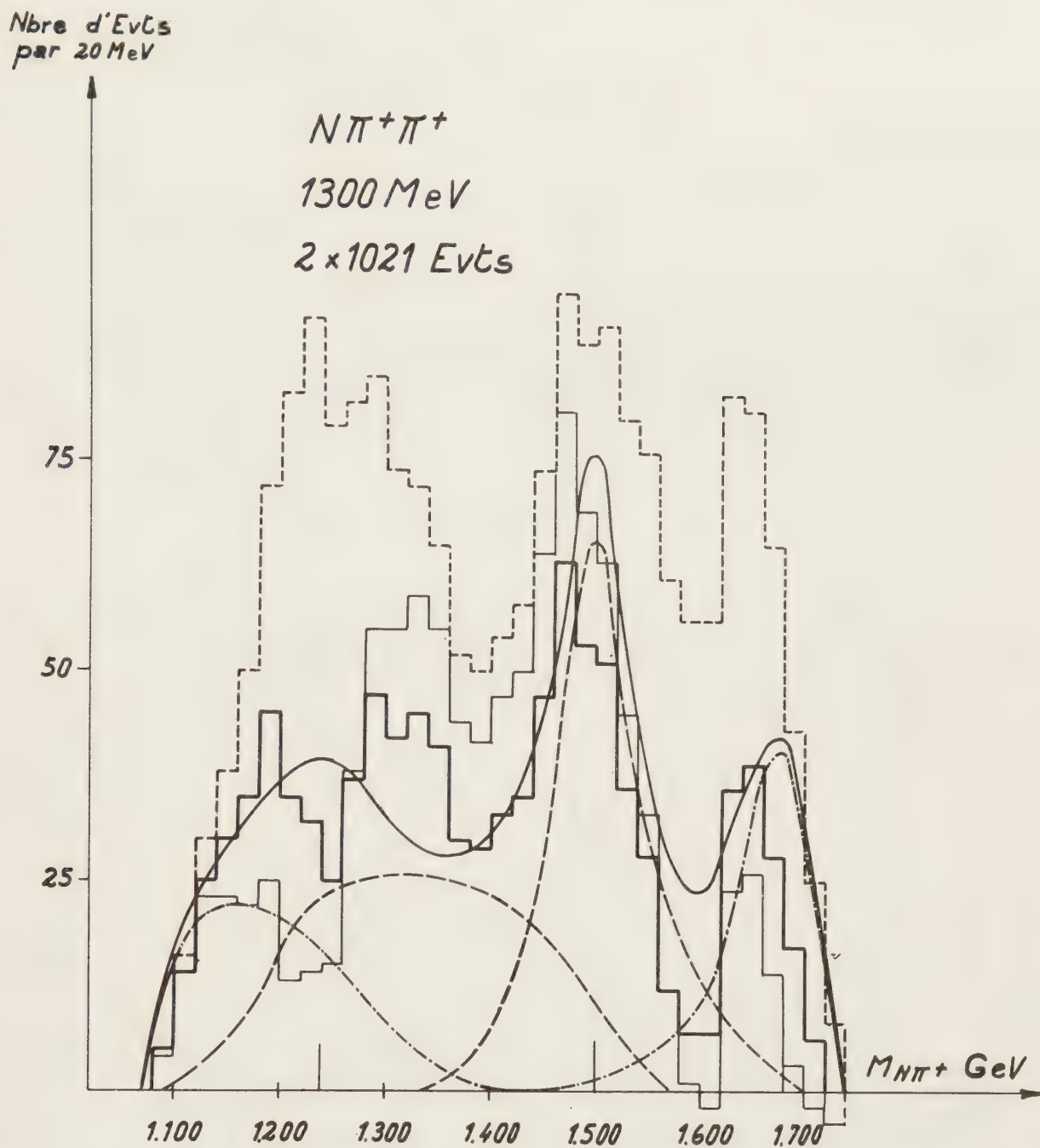


Fig. 20 - Spectre de masse $n\pi^+$ à 1300 MeV

 TOTAL MOINS COURBE FF7 de la figure 19

 TOTAL MOINS COURBE DS3 de la figure 19

Courbe - - - calcul d'après le modèle isobarique pour le N_{1515}^* et son écho

Courbe - · - · calcul d'après le modèle isobarique pour le N_{1680}^* et son écho

Courbe ——— somme des courbes précédentes.

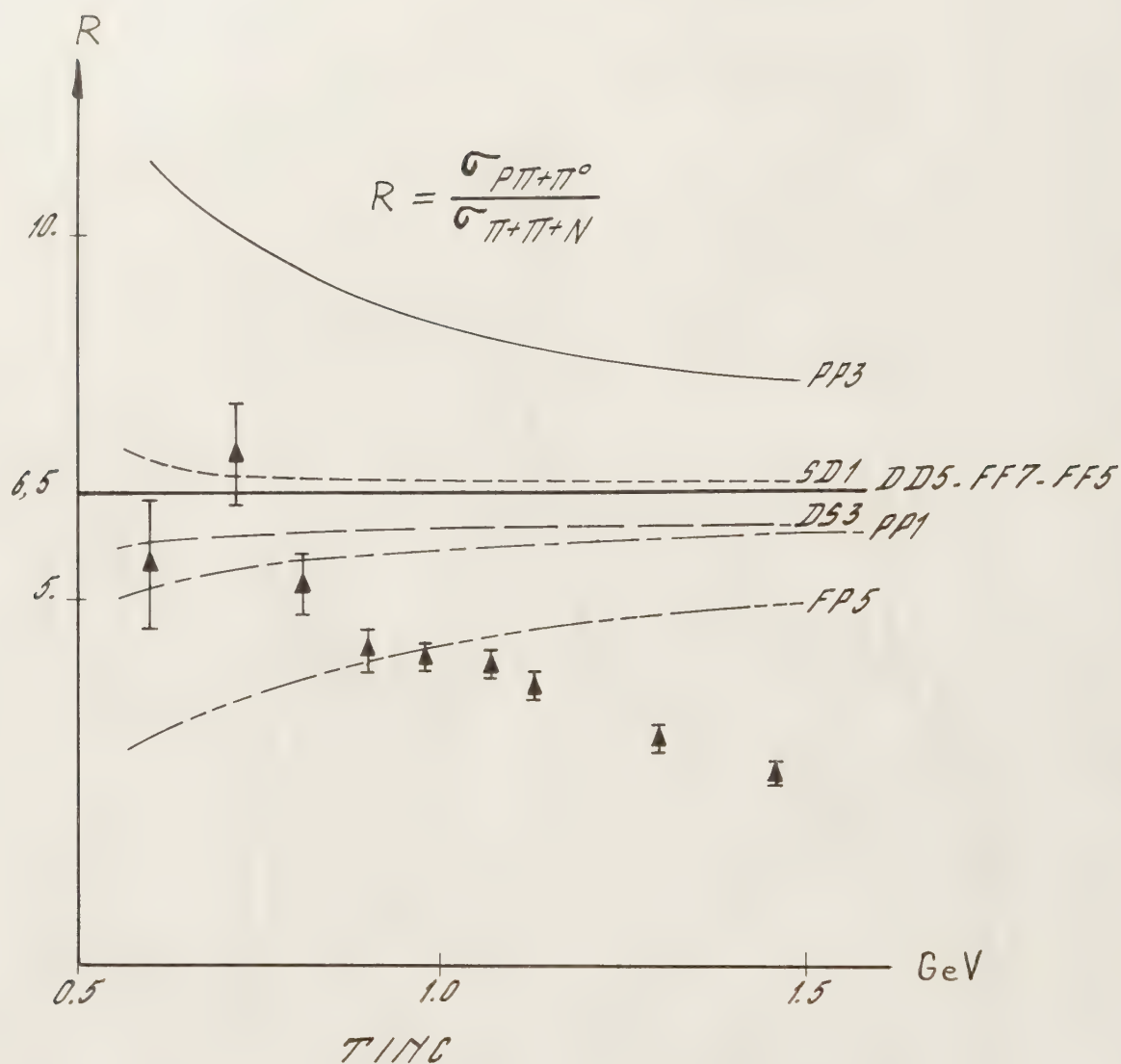


Fig. 21 - Variation du rapport des sections efficaces $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$ en fonction de l'énergie du π incident. Les courbes sont calculées d'après le modèle isobarique.

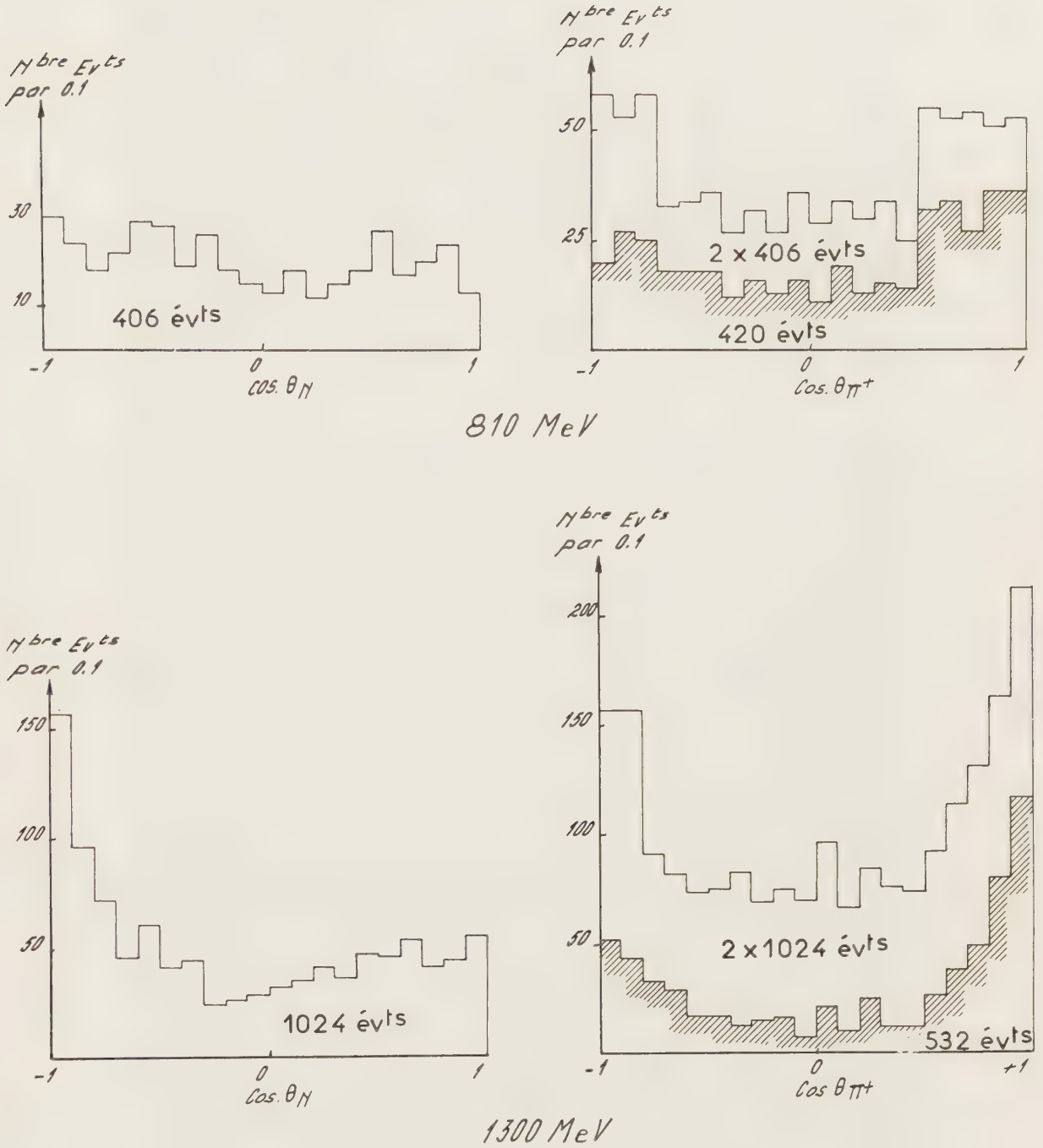


Fig. 22 - Distributions angulaires des particules finales dans le centre de masse de la réaction $\pi^+ \pi^+ n$ à 810 et 1300 MeV.



$1160 < M_{n\pi^+} < 1300 \text{ MeV}$

A 1300 MeV, l'introduction du coefficient C_5 améliore l'ajustement et les coefficients C_6 et C_7 sont compatibles avec zéro. La discussion de ces coefficients est rendue complexe par la présence simultanée de plusieurs isobares.

TABLEAU V

TINC MeV	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
810	0,25 $\pm 0,01$	0,07 $\pm 0,02$	0,17 $\pm 0,03$	0,04 $\pm 0,03$	—	—
1300	0,26 $\pm 0,02$	0,26 $\pm 0,05$	0,78 $\pm 0,06$	0,30 $\pm 0,07$	0,29 $\pm 0,07$	0,1 $\pm 0,08$

La figure (23) montre les diagrammes de Chew et Low relatifs à la production des isobares $n\pi^+$. Si l'isobare $3/2 \ 3/2$ semble être produit périphériquement, le 1515 a une distribution à peu près uniforme en fonction du Δ^2 . Il en est de même pour le 1680 où la densité de points est toutefois plus grande. Les distributions angulaires de production de ces isobares sont pratiquement isotropes.

Il est à remarquer que la présence des isobares $3/2 \ 3/2$ et $1/2 \ 3/2$ n'est apparente qu'aux énergies où nous nous trouvons. A plus haute énergie, ils disparaissent au profit de l'isobare $1/2 \ 5/2$ [26], [27]. Nous avons déjà vu que la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ est reliée à la large bosse de 1300 MeV, en tant que mode de désintégration de la ou des résonances [19] existant à cette énergie. On peut penser qu'il en est de même pour l'isobare $1/2 \ 3/2$.

3 - CREATION DE PLUSIEURS π NEUTRES

Dans cette expérience, nous n'avons pas mesuré les quatre branches, correspondant à la production de plusieurs π dont deux sont chargés. Dans les événements à deux branches, un certain nombre d'entre eux ne donnent pas de bons ajustements pour les hypothèses $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$ et sont compatibles avec les réactions :

$$a) \ p\pi^+m\pi^0 \quad (m > 1)$$

$$b) \ n\pi^+\pi^+m\pi^0 \quad (m \geq 1)$$

qui correspondent à quatre corps ou plus dans l'état final.

La figure (24) montre le carré de la masse marquante (associée à la masse $p\pi^+$) pour la réaction a). Nous observons un pic autour de $0,3 \text{ GeV}^2$ correspondant à la production du η . Un pic beaucoup plus faible est apparent autour de $0,1 \text{ GeV}^2$. Tous les événements de ce pic ont été réexaminés. Ils ne correspondent pas à des événements $\pi^+\pi^+n$, où l'un des π^+ aurait été pris comme proton. Ils donnent tous de mauvaises valeurs de χ^2 pour l'hypothèse $p\pi^+\pi^0$. Cependant la faible valeur statistique de ce pic comparée à la très grande valeur de celui du π^0 , nous empêche d'affirmer quoi que ce soit à son sujet.

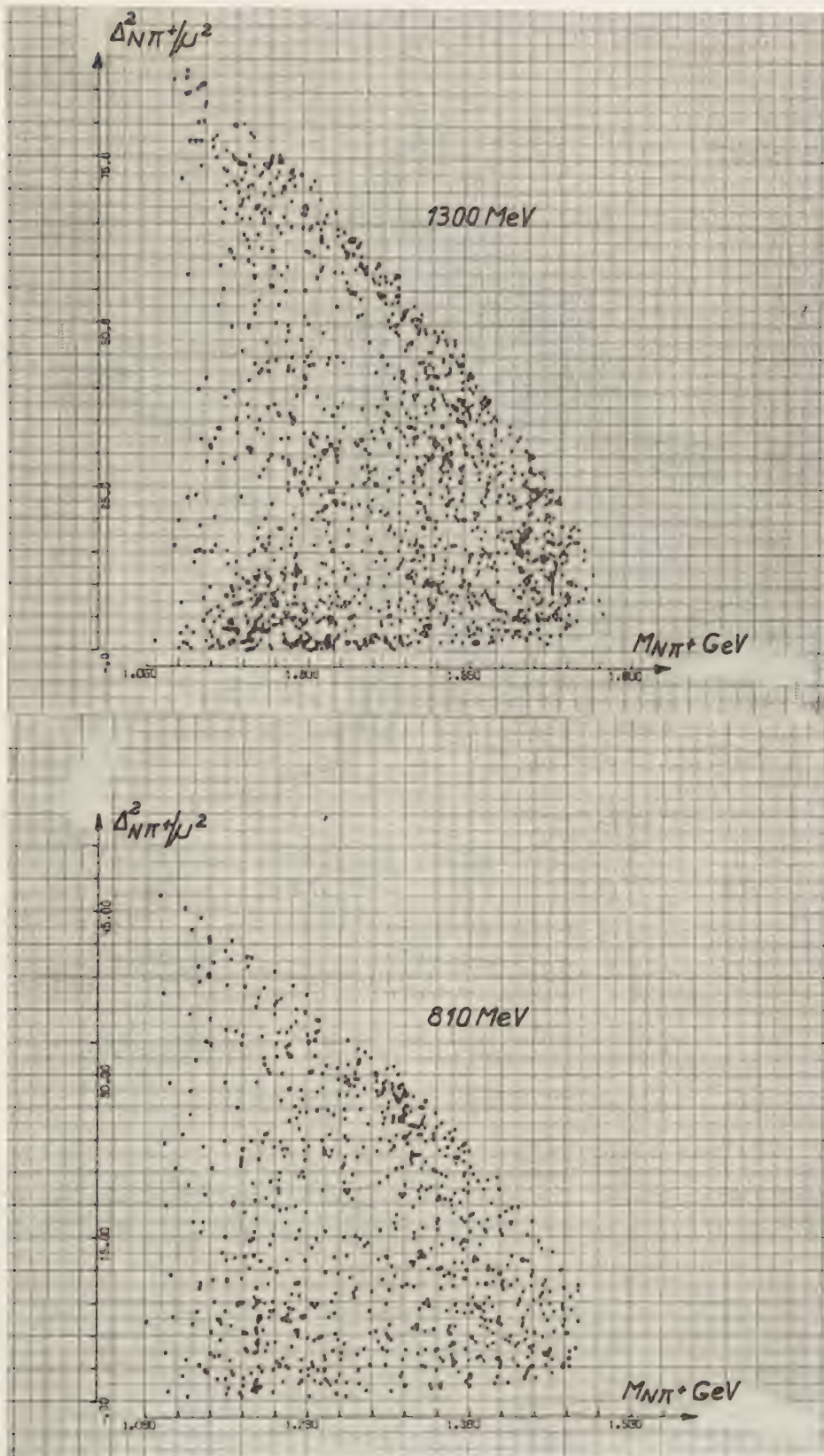


Fig. 23 - Diagrammes de Chew et Low pour la production de l'isobare N_T^+ à 810 et 1300 MeV.

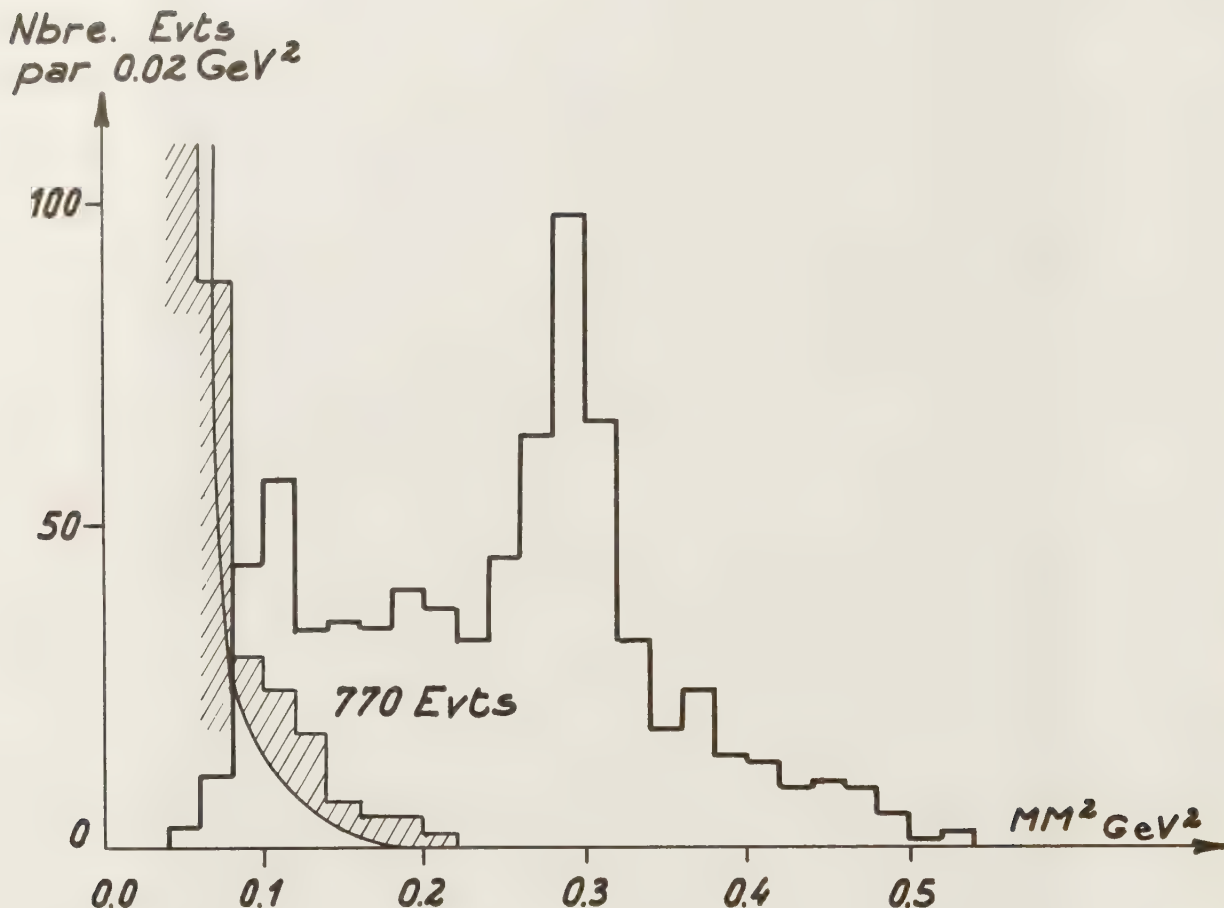


Fig. 24 - Distribution du carré de la masse manquante pour la réaction $p\pi^+ \rightarrow m\pi^0$ ($m > 1$).

 Evénements retenus dans l'hypothèse $p\pi^+\pi^0$, sur la base du χ^2 (sans coupures en masse manquante).

On peut simplement remarquer qu'il se trouve à l'emplacement de l'ABC déjà signalé dans d'autres expériences [28], et que la largeur que nous trouvons correspond à la résolution expérimentale.

Le spectre de masse $p\pi^+$ montre une production importante de l'isobare $3/2^- 3/2^-$. La figure (25) où on a porté en abscisse la masse $p\pi^+$, et en ordonnée la masse manquante X^0 montre que le N_{33}^{*++} et le η sont produits en association. Plus de 80 % des événements correspondant au η ont la masse $p\pi^+$ comprise entre 1160 et 1300 MeV.

La masse trouvée pour le η est 550 MeV. La largeur de ± 20 MeV correspond à l'erreur expérimentale sur le calcul de la masse manquante. La masse et la largeur de l'isobare sont trouvées respectivement égales à 1220 MeV et 100 MeV.

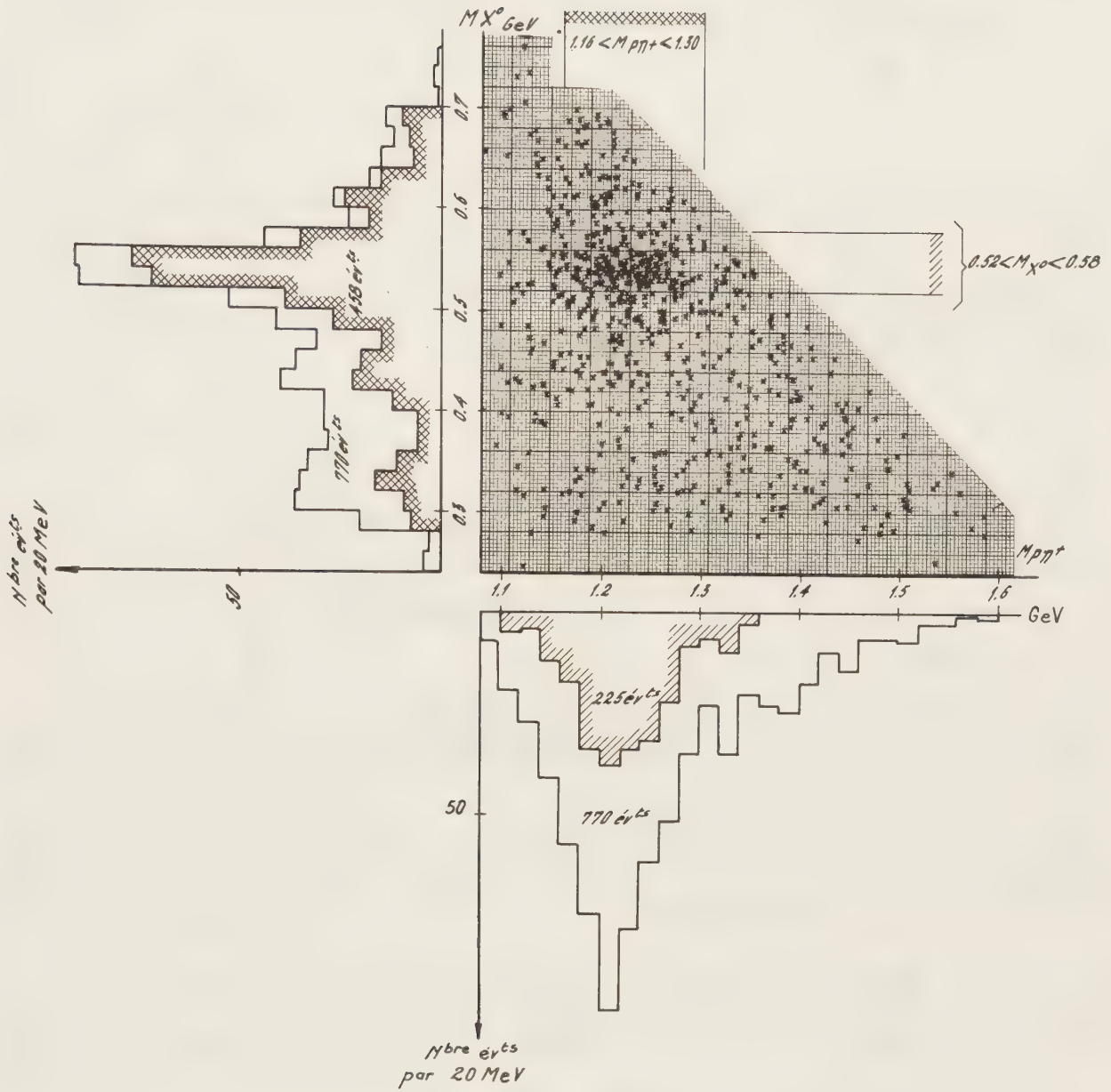


Fig. 25 - Diagramme de la réaction $p\pi^+ m\pi^0$ ($m > 1$) : $M(p\pi^+)$ versus $M(X^0)$.



$1,16 < M p\pi^+ < 1,30$



$0,52 < M X^0 < 0,58$

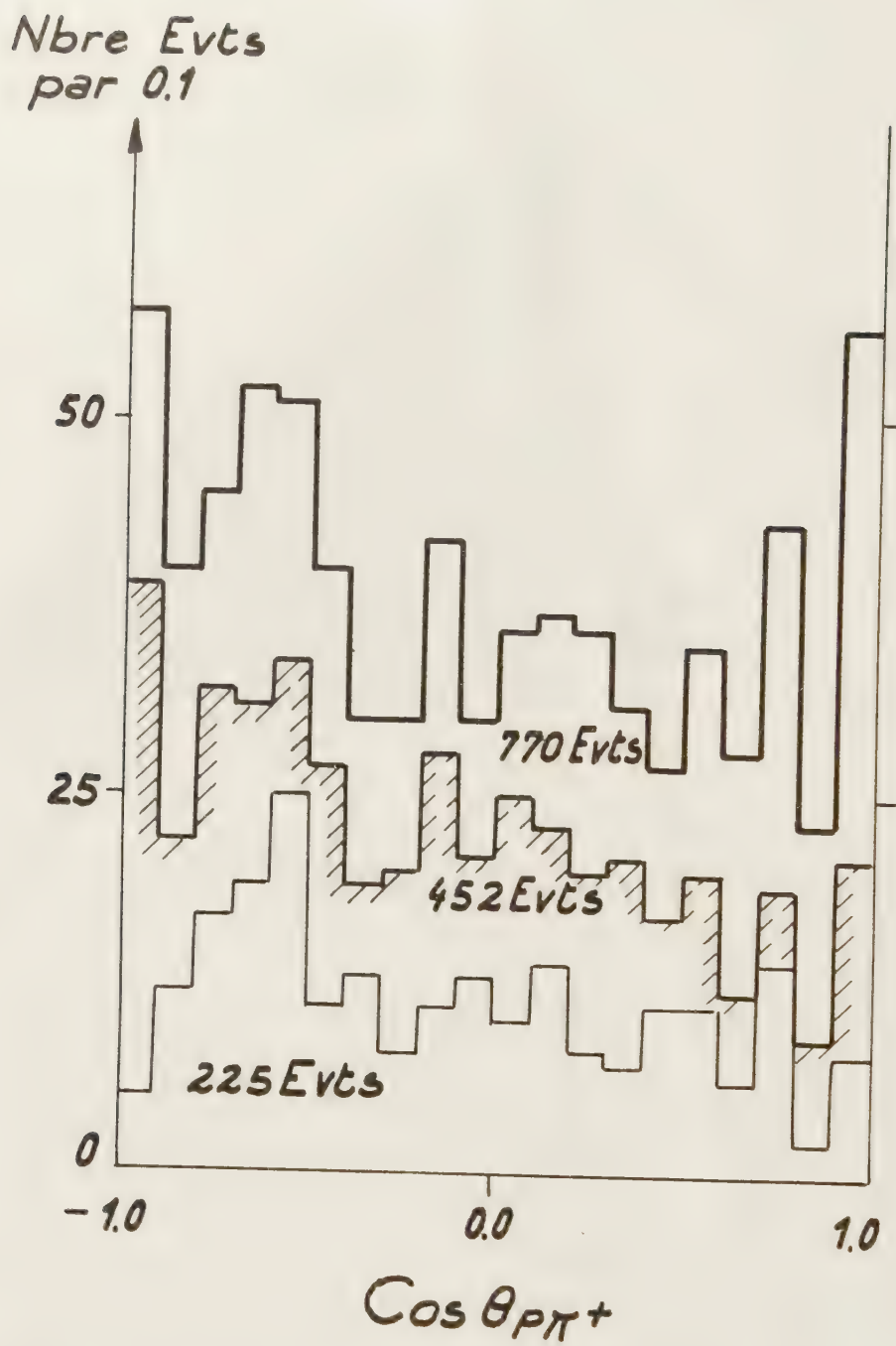


Fig. 26 - Distribution angulaire du sous système $p\pi^+$ dans le centre de masse de la réaction $p\pi^+ n\pi^0$ ($n > 1$).

 $1160 < M_{p\pi^+} \leq 1300 \text{ MeV}$

 $520 \leq M_{\eta} \leq 580 \text{ MeV}$

Le fond (événements ayant d'autres origines que le N^* et le η) est difficile à apprécier. On peut cependant penser qu'il est essentiellement dû à la production de $2\pi^0$ c'est-à-dire à la réaction à quatre corps : $p\pi^+\pi^0\pi^0$. Dans ces conditions une estimation des sections efficaces de production donne :

1,1 mb pour le N^*

0,5 mb pour le η

Si l'on admet que les modes neutres représentent 70 % de la désintégration du η , la section efficace totale de production du η à 1300 MeV est de l'ordre de 0,7 mb.

La figure (26) montre la distribution angulaire de production du sous-système $p\pi^+$, pour les événements isobares et les événements η . Ces deux productions sont légèrement piquées vers l'arrière.

CONCLUSIONS

La description des résultats expérimentaux a montré la forte production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ dans les deux états de charge N^{*++} et N^{*+} . A 1300 MeV, la production du ρ^+ est relativement importante, ainsi que celle des isobares $N_{1/2, 3/2}^*$ et $N_{1/2, 5/2}^*$. Les distributions angulaires de production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ et du ρ sont très asymétriques, vers l'avant pour le ρ et vers l'arrière pour l'isobare.

L'analyse de la diffusion inélastique en fonction des modèles proposés pour la production d'un π est difficile à effectuer : ces modèles ne décrivent pas l'ensemble de la production d'un π et les différents canaux ($N^* + \pi$ ou $\rho + N$) se recouvrent d'une manière importante sans avoir de caractéristiques propres permettant de les séparer. De plus, certains tests angulaires proposés pour l'échange du ρ , ne sont pas spécifiques de ce processus et peuvent traduire la présence dominante de certaines ondes partielles d'isobares. Les maximums dans les sections efficaces démontrent la présence de résonances couplées aux canaux inélastiques (résonances confirmées par l'analyse élastique). Les effets de désintégration de ces résonances vont donc se faire sentir dans les voies $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$ et peuvent expliquer aussi la faillite des modèles proposés.

Dans ce domaine d'énergie, l'analyse de la diffusion inélastique par ces différents modèles est donc limitée. Une description plus générale des résultats expérimentaux doit être cherchée. La présence d'ondes résonnantes conduit à chercher à effectuer une analyse en ondes partielles. Une tentative dans ce sens est présentée dans la deuxième partie de ce travail.



DEUXIEME PARTIE

ANALYSE DE LA DIFFUSION π^+p AUTOUR DU GeV

INTRODUCTION

Nous avons vu d'après l'exemple de la diffusion π^+p à 810 et 1300 MeV que les différents modèles proposés pour décrire la création d'un π dans cette zone d'énergie, ne pouvaient expliquer séparément l'ensemble des résultats expérimentaux. L'échange d'un π ne rend pas compte de la production de l'isobare; l'échange de ρ est en contradiction avec le rapport des sections efficaces $T = 3/2$ et $T = 1/2$ et n'explique pas la présence de l'isobare $n\pi^-$, interdit par ce processus. Il apparaît donc nécessaire de chercher à développer une description selon l'hypothèse plus large de l'interférence de plusieurs processus. Cependant, si le nombre de processus à considérer est trop important, le nombre de paramètres devient vite trop élevé et l'analyse ambiguë. Des études faites énergie par énergie ne parviennent pas à des conclusions claires [18], [21].

Une voie naturelle consiste dans une première étape à réunir le maximum de résultats possibles dans un domaine d'énergie étendu. Leur étude détaillée, en fonction de l'énergie, apporte, par des conditions de continuité, des informations complémentaires (cohérence des résultats entre eux, apparition et variation de certains effets, etc...) et conduit à certaines conclusions indépendantes de toute analyse phénoménologique. Nous chercherons donc d'abord à réaliser une étude descriptive aussi détaillée que possible. Une deuxième étape sera l'analyse en ondes partielles de la diffusion inélastique en introduisant certaines hypothèses dynamiques traduisant certains modèles : interactions des particules deux à deux dans l'état final décrites à partir de leur diffusion élastique, mécanismes d'échange. Les calculs permettant de projeter sur les ondes partielles ces mécanismes d'échange ont été développés par BIJTEBIER [29] et conduisent à la présence de certaines ondes (par exemple : principalement PP1 et PP3 pour l'échange du ρ) ou à certaines propriétés pour ces ondes (par exemple : phases nulles quelle que soit l'énergie).

Une analyse en ondes partielles, outre qu'elle permet une comparaison directe à l'analyse élastique, devrait permettre de vérifier ces hypothèses d'interactions 2 à 2 dans l'état final et de mieux définir la présence des processus d'échange.

Dans le premier chapitre nous décrivons d'une façon pratique le formalisme qui a été développé dans la référence [30] pour une telle analyse. Il correspond au modèle isobarique généralisé, vu sous tous ses aspects angulaires et dynamiques. Dans le deuxième chapitre nous l'appliquerons à la diffusion

$$\begin{aligned} \pi^+ p & \rightarrow \pi^+ p \pi^0 \\ & \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ n \end{aligned}$$

pour des énergies du π incident voisines du GeV. On donnera au préalable dans ce chapitre une étude à caractère descriptif des résultats expérimentaux réunis pour cette analyse.

CHAPITRE I

LE FORMALISME

Une première tentative d'analyse en ondes partielles a été faite par YODH et OLSSON [14]. Nous avons vu que la production de l'isobare en onde S ne pouvait être qu'une simple hypothèse de départ. L'addition de l'onde attractive π -nucléon S_{11} ne suffit pas à expliquer les effets angulaires. D'autre part, elle est en contradiction avec l'analyse de la diffusion élastique qui trouve une forte absorption des ondes incidentes S_{31} , P_{33} et D_{35} (conduisant à la production de l'isobare dans les ondes $SD1$, $PP3$ et $DD5$ respectivement).

Bien que ce soit la voie dominante, le schéma de la seule production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ est également insuffisant à plus haute énergie où l'on observe la présence d'autres états résonnants (isobares π -nucléon dans l'état $T = 1/2$, méson ρ). Une part très importante de la production semble cependant passer par l'intermédiaire d'un sous-système (π -nucléon ou dipion), celui-ci se désintégrant ensuite. Une étape de l'analyse inélastique doit donc résider dans l'application du « modèle isobarique généralisé » tenant compte de tous les sous-systèmes résonnants qui peuvent être formés et ceci, sans limitation, « a priori », en ondes partielles. On aura donc intérêt à formuler ce modèle de manière à pouvoir décrire tout effet angulaire ou dynamique permettant une analyse simultanée de plusieurs processus.

NAMYSLOWSKI et al [31] ont donné un développement de la section efficace à trois corps dans l'état final : ils ont utilisé pour cela le formalisme relativiste de WICK [32] définissant les états de moment angulaire total pour trois particules prises deux à deux.

Ils ont donné une application de leur formalisme à l'interaction $\pi^+ \pi^- n$, et tenté d'expliquer le spectre de masse $\pi^+ \pi^-$ obtenu par KIRZ et al [33] par la création cohérente de l'isobare $3/2 \ 3/2$ en onde P et d'un dipion dans l'état $T = 0$, en onde S; ces deux ondes résultant de l'absorption de l'onde incidente P_{11} .

THURNAUER [34] a de la même façon tenté une analyse en ondes partielles de la diffusion $\pi^+ \pi^- n$ en considérant également la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ et d'une résonance dipionique $T = 0$ en onde S. En supposant que la diffusion $\pi^- p$ à ces énergies est essentiellement dans la voie $T = 1/2$, il trouve un bon accord avec les résultats expérimentaux en supposant que l'isobare et le dipion sont produits en onde S, c'est-à-dire respectivement à partir des ondes incidentes D_{13} et P_{11} , ces deux ondes dominant la diffusion $\pi^- p$ à ces énergies.

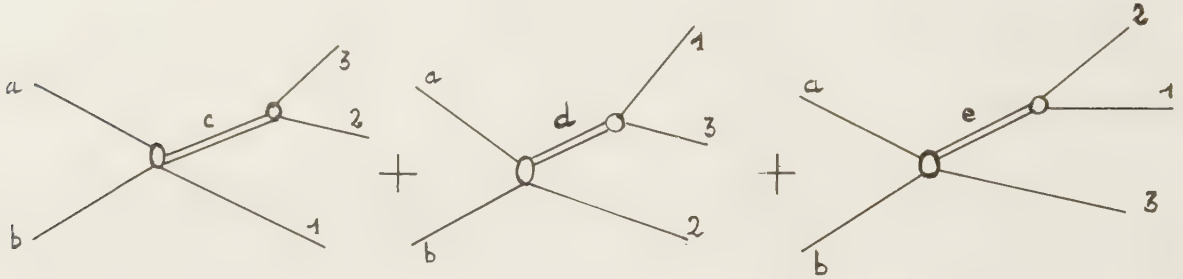
Plus récemment MORGAN [49] a présenté également une analyse de la diffusion $\pi^- p$ entre 500 et 700 MeV, tenant compte de la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$, du « σ » et du ρ . En s'imposant de rester compatible avec l'analyse en déphasage élastique, il trouve que la principale contribution à $p \pi^- \pi^0$ provient de l'onde P_{11} se désintégrant en ρN , et que D_{13} se désintègre très probablement en σN ainsi qu'en $N_{33}^* \pi$.

Ces différents résultats sont en contradiction avec ceux de NAMYSLOWSKI et al. cités ci-dessus et montrent que de telles analyses doivent s'appuyer sur des résultats expérimentaux plus systématiques et plus complets.

Dans ce chapitre nous décrivons rapidement le formalisme qui a été développé dans la référence [30] pour permettre une analyse en ondes partielles des réactions à trois corps dans l'état final. C'est un modèle isobarique généralisé en ce sens qu'il suppose que toute la réaction passe par la production de

sous-systèmes intermédiaires à deux corps, ceux-ci se désintégrant ensuite, sans limitation a priori des ondes partielles. Il s'applique au cas de deux particules sans spin et d'une particule de spin $1/2$, c'est-à-dire à toute interaction provenant de π ou de K incidents.

Les sous-systèmes intermédiaires qui peuvent être créés correspondent aux trois couples de particules possibles. L'amplitude de la réaction sera la somme de trois séries d'amplitudes partielles, schématisées ci-dessous, que nous cherchons à exprimer en fonction des mêmes paramètres :



Les nombres quantiques définissant les ondes partielles correspondent à ces différents schémas sont (figure 11c) : J, L moment angulaire total et moment orbital incident; L' moment orbital relatif entre la résonance et la particule de recul. Les résonances de chaque sous-système à deux particules sont caractérisées par leur moment angulaire total j et leur parité.

Pour le calcul complet de l'amplitude de la réaction le choix des variables est important. On a intérêt à séparer les variables angulaires des variables dynamiques et à exprimer les trois séries d'amplitudes partielles en choisissant des variables angulaires qui peuvent être communes aux trois sous-systèmes : les expressions seront aussi symétriques que possible. En particulier le calcul des termes d'interférence entre les amplitudes partielles sera plus simple. Nous verrons dans le paragraphe 1 a, l'intérêt de choisir pour ces variables purement angulaires les angles polaires Θ, Φ de la direction incidente dans un système d'axes dont l'axe OZ est la normale au plan des trois particules. La masse carrée m_1^2 et l'angle de désintégration θ_1^* de chaque sous-système seront les autres variables utilisées; elles sont en fait différentes représentations des coordonnées d'un point dans le diagramme de Dalitz et sont linéairement reliées entre elles : elles ne correspondent qu'à deux variables indépendantes, représentant la configuration des trois particules dans le plan de Dalitz.

Nous devons chercher à développer la série d'amplitudes partielles relatives à chaque sous-système, pour toutes les valeurs possibles des nombres quantiques $JLL'jI$, en fonction des variables définies ci-dessus. Les calculs sont développés schématiquement dans le paragraphe 1c. Le principe est le suivant : on décrit la production d'un système deux corps :

$$a + b \rightarrow c + 1$$

Les angles de production sont les angles polaires θ_1, φ_1 de l'impulsion finale dans un référentiel fixe. Le sous-système c , dans l'expression de l'amplitude, est représenté par ses états propres $|j, m_j\rangle$ rapportés à son centre de masse (par commodité on a choisi les états d'hélicité). La désintégration de ce sous-système ($c \rightarrow 2 + 3$) est ensuite décrite par les harmoniques sphériques des angles polaires θ_1^*, φ_1^* d'une des particules de désintégration définies dans un référentiel lié au sous-système. Puis, par un changement de variables, on passe des angles θ_1, φ_1^* aux angles Θ, Φ ⁺). On obtient ainsi

⁺) Le passage de θ_1, φ_1^* à Θ, Φ est un simple changement de variable, qui se traduit par une rotation des axes pour passer de Oxy à $OXYZ$.

le développement de l'amplitude en harmoniques sphériques des angles Θ, Φ . L'expression schématique d'un terme pour une résonance donnée (j, l fixés), et pour une onde partielle donnée (J, L, L' fixés) s'écrit :

$$A \cdot \varphi(m_1) \cdot f(\theta_1^*) \cdot e^{iM\delta} \cdot Y_L^M(\Theta, \Phi)$$

- A est un coefficient complexe, amplitude de l'onde partielle considérée (définie par les nombres quantiques $JLL'jl$).
- le facteur $\varphi(m_1)$ traduit la résonance par une fonction de Breit-Wigner.
- $f(\theta_1^*)$ décrit la désintégration de la résonance dans le diagramme de Dalitz.
- $e^{iM\delta}$ est un facteur de phase dépendant du choix de l'axe des X dans le plan des trois particules.

Dans le paragraphe 1d nous montrons que, de par le choix des variables, le développement relatif aux deux autres sous-systèmes s'écrit d'une façon similaire.

Dans le paragraphe 2 nous donnons l'expression de la section efficace obtenue en calculant le module carré de la somme des trois séries d'amplitudes partielles. Pour simplifier l'exposé nous nous limitons au cas bien représentatif où les deux sous-systèmes π^- nucléon possibles sont les deux états de charge différents d'une même résonance. Nous obtenons l'expression de la section efficace différentielle sous la forme d'un développement en harmoniques sphériques des angles Θ, Φ . Les coefficients de ce développement sont fonction des autres variables (coordonnées d'un point dans le diagramme de Dalitz) et peuvent être calculés pour n'importe quel domaine donné de ces variables.

Le développement de la section efficace différentielle obtenu peut servir de cadre à une analyse en ondes partielles de la réaction. Pour obtenir une solution nous comparons par la méthode des moindres carrés, les coefficients théoriques, somme des contributions de tous les couples d'ondes partielles possibles, aux coefficients expérimentaux. Cette méthode d'analyse sera abordée dans le troisième paragraphe.

Dans le quatrième paragraphe nous donnons l'exemple d'application numérique au cas de la production de l'isobare $3/2^- 3/2^-$.

1 - DEVELOPPEMENT DE LA MATRICE DE TRANSITION

a) Choix des variables

Si l'énergie dans le centre de masse est fixée, un événement à trois corps dans l'état final est décrit par cinq variables. Le choix de ces variables sera important pour simplifier le calcul simultané de la production des différentes résonances ($c \rightarrow 2^- + 3^-$; $d \rightarrow 1^- + 3^-$; $e \rightarrow 1^- + 2^-$). Dans le cas de la production d'une résonance, on cherchera à utiliser, d'une façon toute naturelle, des variables qui décrivent la production et la désintégration de cette résonance et les corrélations éventuelles entre ces variables (asymétrie). Ainsi (figure 27) dans le centre de masse de la réaction, le π^- et le proton incidents produisent une résonance c de masse m_1 , sous un angle θ_1 ; avec l'angle φ_1 qui détermine l'orientation du plan de production (P) ces trois variables définissent la réaction $a + b \rightarrow c + 1^-$. La désintégration de la résonance c , de masse m_1 ($c \rightarrow 2^- + 3^-$) sera définie par les deux angles θ_1^* et φ_1^* . Dans le cas de la production d'une autre résonance :

$$\begin{aligned} a + b &\rightarrow d + 2^- \\ &\quad \downarrow \\ &\quad 1 + 3 \end{aligned}$$

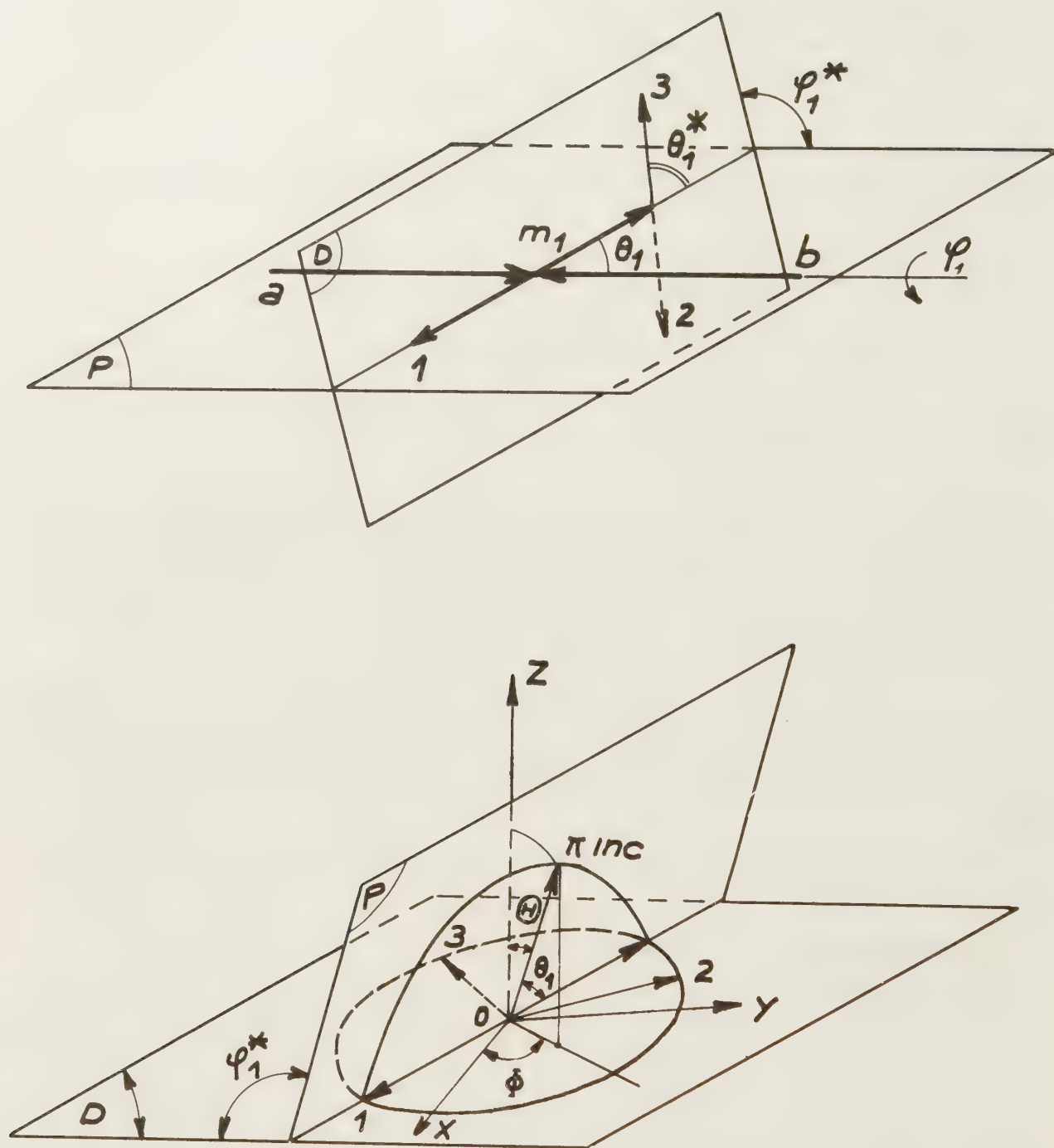


Fig. 27 - Représentation d'un événement à 3 corps dans l'état final, et notation des variables.

P) plan de production,

D) plan de désintégration.

nous aurons une deuxième série de variables m_2 , θ_2 , θ_2^* et φ_2^* ce qui fait déjà huit variables qui ne sont pas indépendantes. Pour éviter cette difficulté il nous faut choisir des variables permettant de décrire l'évènement complet, indépendamment du sous-système créé. Nous remarquons que le plan de désintégration (**D**) est un plan commun aux trois particules et aux trois résonances : dans ce plan la configuration des trois particules est définie par deux variables. Ces deux variables reviennent à donner la position d'un point dans le diagramme de Dalitz ⁽⁺⁾. Il nous reste à déterminer l'orientation du triangle des trois particules dans l'espace : ceci est obtenu à l'aide des trois angles d'Euler faisant passer d'un système d'axes fixes à un système d'axes liés aux trois particules.

Choisissons :

a) Le système d'axes fixes Oxyz, ayant l'axe Oz selon la direction des π incidents ; les axes Ox et Oy peuvent être choisis arbitrairement si le nucléon n'est pas polarisé dans son état initial : la symétrie de révolution autour de la direction incidente supprime alors la variable φ décrivant la rotation autour de Oz

b) Le système d'axes liés aux trois particules OXYZ, comme ayant l'axe OZ selon la normale au plan (**D**) (plan des trois particules). L'axe OX dans ce plan sera choisi par commodité: il peut être par exemple la direction d'une des particules.

Dans ces conditions, les angles Θ , Φ ; angles polaires de la direction incidente dans le système OXYZ, définissent, à la rotation φ près autour de Oz le passage de Oxy à OXYZ.

Nous sommes donc conduits (dans le cas où il n'y a pas de polarisation initiale) à choisir les quatre variables suivantes pour décrire l'évènement : m_1^2 , m_2^2 coordonnées du point représentant l'évènement dans le diagramme de Dalitz et les angles polaires Θ , Φ .

Comme nous allons le voir ce choix se traduit par une expression symétrique pour l'amplitude de production des différentes résonances (c), (d), (e) et simplifie le calcul de la section efficace en particulier la contribution de tous les termes d'interférence.

b) Représentation de la réaction

Représentons la production d'un π par le schéma c de la figure (11), en considérant pour commencer la production d'un sous-système π - nucléon, indicé à 1 dans ce qui suit. D'après ce schéma la matrice de transition peut être mise sous la forme de deux facteurs : l'un décrivant la production de l'isobare (les processus de production étant schématisés par la première boule), l'autre sa désintégration.

(+) NOTE : Remarquons que le choix d'un point dans le diagramme de Dalitz définit le triangle des trois particules finales. Donc toutes les variables traduisant cette configuration :

P_i longueurs des impulsions

θ_{ij} angles entre les impulsions ($i, j = 1, 2, 3$)

pourront être exprimées en fonction des coordonnées de ce point (par exemple les masses carrées de deux sous-systèmes, coordonnées habituelles du diagramme de Dalitz). Il en est de même des angles θ_i^* qui traduisent la configuration des particules deux à deux ramenées dans le centre de masse des différentes résonances.

L'état initial est représenté par :

W énergie totale dans le centre de masse
 J, I moment angulaire total et isospin total
 L moment orbital relatif π -nucléon
 s spin du nucléon incident

L'état final est défini par :

L' moment orbital relatif π -isobare
 m₁ masse de l'isobare
 j, i spin et isospin de l'isobare
 l moment orbital relatif π -nucléon (ou parité de l'isobare)
 s' spin du nucléon final

c) Expression de la matrice de transition

Sans entrer dans le détail des calculs publiés par ailleurs [30] nous allons rappeler schématiquement le calcul de l'amplitude de transition d'un état πN à un état $\pi N_1^* \rightarrow \pi \pi N$.

Les notations sont définies dans le tableau (VI).

Dans le centre de masse général nous pouvons écrire, dans le système Oxyz :

$$\begin{aligned} \langle \pi_1 (\pi_2 N) | T | \pi N \rangle &= \langle q_1 q_1^* M_f^* | T | q M_i \rangle \\ &= \sum_{IJLL'} \langle q_1 q_1^* M_f^* | IJL' ij l \rangle \langle IJL' ij l | T | IJL \rangle \langle IJL | q M_i \rangle \end{aligned}$$

en faisant apparaître les projecteurs sur les états de moment angulaire et de l'isospin.

Ecrivons :

$$T_{ij l}^{IJLL'}(W, m_1) = T_{\alpha}(W, m_1)$$

l'élément de matrice réduit couplant les états propres

$$| W I J L \rangle \quad \text{et} \quad | W I J L' i j l m_1 \rangle$$

α schématisant les différents nombres quantiques $IJLL'ijl$.

Suivant le formalisme de JACOB et WICK [35] on introduit les projecteurs sur les états propres de l'hélicité du nucléon initial et de l'isobare. Le passage à la représentation des états d'hélicité se traduit par les coefficients :

TABLEAU VI
DEFINITIONS et SYMBOLES

Etat initial

$\vec{q}$: impulsion relative des deux particules incidentes ($Oz = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}$; Ox dans le plan de production).

W : énergie totale dans le centre de masse.

J, M, L : moment angulaire total et sa troisième composante, et moment orbital relatif.

M_i : projection du spin du nucléon sur l'axe Oz .

Etat final

$-\vec{q}_{1(2)}$: impulsion du $\pi_{1(2)}$ dans le centre de masse général.

θ_1, φ_1 : angles polaires du système ($\pi_2 N$) dans le centre de masse général par rapport à un système d'axes fixes.

$m_{1(2)}, \vec{q}_{1(2)}$: masse invariante, impulsion du système ($\pi_{2(1)} N$).

j, λ : moment angulaire total et hélicité du système (N, π)

l, ν : moment angulaire orbital du système (N, π) et sa troisième composante.

$\vec{q}_{1(2)}^*, \theta_{1(2)}^*, \varphi_{1(2)}^*$: impulsion, angles polaires du nucléon dans le système au repos du système ($N, \pi_{2(1)}$).
($OZ^* = \frac{\vec{q}_1}{|\vec{q}_1|}$, OX^* dans le plan xOz)

L' : moment angulaire du π spectateur et du système (π, N).

M_f^* : projection du spin du nucléon sur l'axe OZ^* .

l' : moment angulaire orbital du dipion.

L'' : moment angulaire relatif du nucléon et du dipion.

θ_{12} : angle entre les deux systèmes ($\pi_2 N$) et ($\pi_1 N$),

Système de référence OXYZ :

$$OX = \frac{\vec{q}_1}{|\vec{q}_1|} \quad OZ = \frac{\vec{q}_1 \times \vec{q}_2}{|\vec{q}_1 \times \vec{q}_2|}$$

Θ, Φ : angles polaires de $\vec{q}$ dans le système OXYZ.

μ_i, μ_f : projections du spin initial et final du nucléon sur l'axe OZ .

Symboles pour le spin isotopique :

Spin isotopique total et 3ème composante : I, I_3

Spin isotopique du système (π_2, N) et 3ème correspondante : i, i_3

3ème composante du spin isotopique du π_1 : ν

3ème composante du spin isotopique du π_2 : u

3ème composante du spin du nucléon : t

$$\langle J M L j | J M \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} C_{0 \lambda \lambda}^{L j J} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_1 - \lambda_2}^{S_1 S_2 j}$$

Enfin le passage des systèmes d'axes, dans lesquels les états d'hélicité sont définis, au système d'axes OXYZ défini plus haut, introduit les fonctions $\mathcal{D}$ de la rotation permettant de passer d'un système d'axes à l'autre. En effet, la loi de transformation d'un état du moment angulaire J est :

$$| M \rangle = \sum_{M'} \mathcal{D}_{M' M}^J (\alpha, \beta, \gamma) | M' \rangle$$

α, β, γ étant les angles d'Euler de la rotation.

Utilisant les propriétés des fonctions $\mathcal{D}$ et des coefficients de CLEBSCH-GORDAN pour simplifier l'expression, on obtient finalement un développement de la forme :

$$\langle \pi_1 (N \pi_2) | T | \pi N \rangle = \sum_{\alpha} K_1^{\alpha} T_{\alpha} (W, m_1) k_1 f_{\alpha}^{\mu_i \mu_f} (\theta_1^*, \delta) \quad (1)$$

avec

$$K_1^{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \frac{4W}{\sqrt{q}} \sqrt{\frac{2J+1}{2}} \sqrt{\frac{4m_1}{q_1 q_1^*}} \quad (2)$$

$$k_1 = C_{i_3 v I_3}^{i 1 I} \times C_{t w i_3}^{1/2 1 i} \quad \text{coefficients d'isospin} \quad (3)$$

(décomposition de l'état initial $|I, I_3\rangle$ en : état $|i, i_3\rangle$ de la résonance π -nucléon x état $|\pi_{\text{recul}}\rangle$ et décomposition de l'état $|i, i_3\rangle$ en un π et un nucléon).

$$f_{\alpha}^{\mu_i \mu_f} = \sum_M \sum_v a_{M\alpha}^{v \mu_i \mu_f} (-i)^v P_L^v (\theta_1^*) e^{iM\phi} Y_{L}^{M + \mu_i - \mu_f} (\theta, \phi). \quad (4)$$

Dans l'expression de $f_{\alpha}^{\mu_i \mu_f}$ le facteur $a_{M\alpha}^{v \mu_i \mu_f}$ est un coefficient décrivant les différents couplages d'états propres et les fonctions $\mathcal{D}$ de rotation. Son expression est :

$$a_{M\alpha}^{v \mu_i \mu_f} = \sqrt{\frac{2J+1}{2L+1}} (-)^{j+\frac{1}{2}} \sum_{\lambda > 0} \sum_{M_f^*} \sum_{\bar{L}} C_{-\lambda \lambda 0}^{J j L'} C_{v M_f^* \lambda}^{L \frac{1}{2} j} \left[1 + (-)^{L+M+1} \right] C_{M_f^* -\lambda -v}^{\frac{1}{2} J L} C_{\mu_f M - \mu_f M}^{\frac{1}{2} J L} d_{M, -v}^L \left(\frac{\pi}{2} \right) C_{M - \mu_f \mu_i M - \mu_f + \mu_i}^{J \frac{1}{2} L} \quad (5)$$

$P_l^\nu(\theta_1^*)$ sont les polynômes associés de Legendre décrivant la désintégration de l'isobare 1.

$e^{iM\delta}$ dépend du choix de l'axe des X dans le plan des trois particules (δ est l'angle entre l'axe des X et la direction du sous-système).

$\sum_L^{M+\mu_i-\mu_f} Y_L^{M+\mu_i-\mu_f}(\theta, \Phi)$ sont les harmoniques sphériques des angles polaires de la direction incidente dans le système d'axes OXYZ.

d) Expression pour la production des deux autres sous-systèmes

Dans le même système d'axes, l'expression relative à l'isobare 2 s'écrit :

$$\sum_{\beta} K_2^{\beta} T_{\beta}^{\beta}(W, m_2) \cdot k_2 \cdot f_{\beta}^{\mu_i \mu_f}(-\theta_2^*, \delta - \theta_{12})$$

où θ_{12} est l'angle entre les directions des deux isobares,

$$\text{et } f_{\beta}^{\mu_i \mu_f} = \sum_M \sum_{\nu} b_{M \nu}^{\nu \mu_i \mu_f} (-i)^{\nu} P_L^{\nu}(-\theta_2^*) e^{iM(\delta - \theta_{12})} \sum_L^{M+\mu_i-\mu_f} Y_L^{M+\mu_i-\mu_f}(\theta, \Phi)$$

Le signe sur θ_2^* vient du renversement du sens de la normale quand on passe d'un isobare à l'autre (la normale est définie par exemple par le produit vectoriel direction de l'isobare par direction du π de recul).

On peut de la même façon écrire les termes relatifs à un dipion ; en couplant le moment angulaire orbital l' du dipion avec le spin du nucléon on forme un état de moment angulaire total j , qu'il suffit alors de coupler avec le moment orbital relatif dipion-nucléon L'' , pour avoir formellement le même développement. La seule difficulté vient du fait que nous avons pour chaque onde schématisée par α , deux possibilités de coupler le moment orbital l' du dipion avec le spin du nucléon ($l' + 1/2$ et $l' - 1/2$) ; ceci conduit donc, pour chaque onde, à deux termes indépendants.

REMARQUES

1°) Nous avons négligé ici les effets relativistes sur le spin du nucléon. Ils se traduisent par une rotation (angle de STAPP [36]) autour de la normale au plan des trois particules. Aux énergies où nous nous trouvons les vitesses de l'isobare et du nucléon sont en moyenne faibles et conduisent à des rotations de quelques degrés que nous avons négligées.

2°) Le développement angulaire s'exprime uniquement en fonction du moment orbital incident L ; le moment orbital relatif L' n'intervient que dans le coefficient a_M^{ν} .

e) Expression finale

Dans le cadre du modèle isobarique nous ferons l'hypothèse de B.B.S. [12] que la résonance produite est due à un pôle dans la région non physique de m_1 et que sa contribution est la même pour toutes les ondes partielles : ceci revient à factoriser la partie dynamique dans l'élément de matrice réduit :

$$T_{\alpha}(W, m_1) = A(m_1) \cdot A_{\alpha}(W) \quad (6)$$

En tenant compte de la possibilité de la production des trois sous-systèmes ($I = 1, 2, 3$), nous écrirons la matrice de transition sous la forme schématique suivante :

$$\langle \pi_1 \pi_2 N | T | \pi N \rangle = \sum_I \sum_{\alpha(I)} K_{\alpha(I)} A_{\alpha(I)} \cdot A(m_1) \cdot f_{\alpha(I)}^{\mu_i \mu_f}(\theta_I^*, \phi_I)$$

$\alpha(I)$ représentant l'ensemble des nombres quantiques relatifs à la création et à la désintégration du sous-système I , ($I = 1, 2, 3$).

et $K_{\alpha(I)}$ les différents facteurs cinématiques et d'isospin relatifs à ce sous-système.

2 - CALCUL DE LA SECTION EFFICACE

Pour obtenir la section efficace nous aurons à sommer $|T|^2$ sur les états de spin et à multiplier par l'élément d'espace des phases

$$d\sigma \propto \frac{1}{qW} \sum_{\mu_i \mu_f} |T|^2 \frac{d^3 q_1}{2 E_1} \frac{d^3 q_2}{2 E_2} \frac{d^3 q_3}{2 E_3} \delta^4(P_i - P_f)$$

L'élément d'espace des phases peut être exprimé en fonction des variables utilisées pour définir l'événement (dans notre cas $m_1^2, m_2^2, \theta, \phi$) :

$$d\sigma \propto \frac{1}{qW} \sum_{\mu_i \mu_f} |T|^2 \frac{1}{4 W^2} dm_1^2 dm_2^2 d \cos \theta d \phi$$

Calcul de $|T|^2$

Pour dégager plus clairement les propriétés rencontrées dans le calcul de $|T|^2$ nous n'allons considérer que les deux sous-systèmes π -nucléon, en tant qu'états de charge différents d'une même résonance : cela conduit à alléger d'une façon importante l'écriture, sans rien enlever à la formulation.

Dans ce cas, en effet la série des ondes α est la même, pour les deux sous-systèmes, conduisant à une seule série de coefficients $a_{\alpha M}^{\nu}$:

On peut donc poser :

$$O_{\alpha}^1 = \sum_M \sum_{\nu} (-i)^{\nu} a_{M\alpha}^{\nu} P_l^{\nu}(\theta_1^*) e^{iM\delta} \bigvee_L^{M+\mu_i-\mu_f}(\Theta, \Phi)$$

$$O_{\alpha}^2 = \sum_M \sum_{\nu} (-i)^{\nu} a_{M\alpha}^{\nu} P_l^{\nu}(-\theta^*) e^{iM(\delta-\theta_{12})} \bigvee_L^{M+\mu_i-\mu_f}(\Theta, \Phi) \quad (7)$$

en ignorant les indices μ_i, μ_f pour alléger l'écriture.

La considération de μ_i et μ_f conduit à deux amplitudes distinctes : l'amplitude de non retournement de spin, dont le développement angulaire est en $Y_L^{M\pm 1}(\Theta, \Phi) (\mu_i = \mu_f)$

l'amplitude de retournement de spin, dont le développement angulaire est en

$$Y_L^M(\Theta, \Phi) (\mu_i = -\mu_f).$$

La matrice de transition s'écrit donc, avec les hypothèses définie plus haut, sous la forme simplifiée suivante :

$$\langle \pi_1 \pi_2 N | T | \pi N \rangle = \sum_{\alpha} A_{\alpha}(W) \left[D(m_1) O_{\alpha}^1 + D(m_2) O_{\alpha}^2 \right]$$

où on a fait entrer dans $D(m_1)$ les facteurs cinématiques, le coefficient de l'isospin et l'élément de matrice réduit $A(m_1)$.

D'où :

$$|T|^2 = \left[\sum_{\alpha} A_{\alpha}(W) \left(D(m_1) \cdot O_{\alpha}^1 + D(m_2) \cdot O_{\alpha}^2 \right) \right]^* \left[\sum_{\beta} A_{\beta}(W) \left(D(m_1) \cdot O_{\beta}^1 + D(m_2) \cdot O_{\beta}^2 \right) \right]$$

$$= \sum_{\alpha > \beta} (2 - \delta_{\alpha\beta}) \operatorname{Re} \left[(A_{\alpha}^* A_{\beta}) \left(D(m_1) \cdot O_{\alpha}^1 + D(m_2) \cdot O_{\alpha}^2 \right)^* \left(D(m_1) \cdot O_{\beta}^1 + D(m_2) \cdot O_{\beta}^2 \right) \right]$$

On trouve aisément :

$$|T|^2 = \sum_{\alpha, \beta} (2 - \delta_{\alpha, \beta}) \left[\operatorname{Re} (A_{\alpha}^* A_{\beta}) \left\{ |D(m_1)|^2 \operatorname{Re} (O_{\alpha}^{1*} O_{\beta}^1) + |D(m_2)|^2 \operatorname{Re} (O_{\alpha}^{2*} O_{\beta}^2) \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{Re} (D(m_1)^* \cdot D(m_2)) \left(\operatorname{Re} (O_{\alpha}^{1*} O_{\beta}^2) + \operatorname{Re} (O_{\alpha}^{2*} O_{\beta}^1) \right) \right\} \right. \\ \left. + \operatorname{Im} (A_{\alpha}^* A_{\beta}) \left\{ \operatorname{Im} (D(m_1)^* \cdot D(m_2)) \left(\operatorname{Re} (O_{\alpha}^{1*} O_{\beta}^2) - \operatorname{Re} (O_{\alpha}^{2*} O_{\beta}^1) \right) \right\} \right] \quad (8)$$

Expression de la section efficace

Pour décrire d'une façon plus précise la forme et les propriétés de la section efficace, écrivons un des termes entrant dans l'expression de $|T|^2$ (expression (8)) :

$$\operatorname{Re} (D(m_1)^* \cdot D(m_2)) \operatorname{Re} (O_{\alpha}^{1*} O_{\beta}^2) = \operatorname{Re} (D(m_1)^* \cdot D(m_2)) \left(a_{M\alpha}^{\nu} a_{M'\beta}^{\nu'} \right) (-i)^{\nu' - \nu} \\ P_l^{\nu}(\theta_1^*) \cdot P_l^{\nu'}(-\theta_2^*) e^{-i(M\delta - M'(\delta - \theta_{12}))} Y_L^M(\Theta, \Phi)^* Y_{L'}^{M'}(\Theta, \Phi) \\ = \mathcal{D} \cdot Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'}$$

Grâce à la propriété de multiplication des Y_L^M

$$Y_{L_1}^{M_1} Y_{L_2}^{M_2} = \sum_{|L_1 - L_2| < L_3 < L_1 + L_2} \sqrt{\frac{(2L_1 + 1)(2L_2 + 1)}{2L_3 + 1}} C_{\begin{smallmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ o & o & i \end{smallmatrix}} C_{\begin{smallmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ M_1 & M_2 & M_3 \end{smallmatrix}} Y_{L_3}^{M_3}$$

la section efficace pourra être développée en harmoniques sphériques de Θ, Φ . Les coefficients de ce développement étant, au facteur de multiplication des Y_L^M près, les termes schématisés par $\mathcal{D}$

Le terme $\mathcal{D}$ ne contient que les variables du diagramme de Dalitz et son intégration sur une zone donnée du diagramme de Dalitz nous permettra de décrire les effets angulaires en Θ , Φ relatifs à cette zone. En particulier les effets de désintégration des isobares y étant traduits par les produits $P_l^\nu(\theta_1^*) \cdot P_l^{\nu'}(-\theta_2^*)$, multipliés par les coefficients relatifs aux différentes ondes, on fera apparaître les propriétés de la désintégration, en intégrant l'expression $\mathcal{D}$ en tranches de θ_i^* , ou, ce qui revient au même, de $m^2_{\pi\pi}$ puisque ces variables sont linéairement reliées.

Inversement, l'intégration en Θ , Φ nous donnera la population du diagramme de Dalitz pour la zone angulaire considérée. Dû aux propriétés d'orthonormalisation des harmoniques sphériques :

$$\int_0^{4\pi} Y_{L,M}^* Y_{L_1,M_1} d\Omega = \delta_{LL_1} \delta_{MM_1}$$

l'expression après intégration sur toute la sphère Θ , Φ , sera particulièrement simple : seules les ondes pures, ou les interférences entre ondes de même J et de même parité contribueront à la population du diagramme de Dalitz. Ces différentes contributions s'y ajoutent d'une manière incohérente.

Propriétés

1 - Dans l'expression de $|T|^2$ (expression (8)), nous voyons que pour un couple d'ondes données α , β , nous avons une contribution de l'isobare 1, une contribution de l'isobare 2 et une contribution de leur interférence. Seule l'interférence entre les deux isobares donne un terme en $\text{Im}(A_\alpha^* A_\beta)$. Ceci est à rapprocher du fait que dans la diffusion élastique seule l'interférence entre les deux amplitudes de non retournement de spin et de retournement de spin donne un terme en imaginaire des amplitudes. L'interférence BBS apporte donc une information complémentaire indépendante, tout comme la polarisation dans la diffusion élastique. Mais ici, cette information ne peut pas être séparée des autres données, comme c'est le cas pour la mesure de la polarisation.

2 - Dans l'expression (5) des coefficients $a_{M\alpha}^\nu$, le facteur $(1 + (-1)^{L+M+1})$ impose que seuls seront différents de 0 les termes pour lesquels $L+M+1$ est pair. Ceci conduit, dans la section efficace, à la seule présence de termes en $L_3 + M_3$ pair. Cette propriété est une conséquence de la conservation de la parité ; le changement de Θ en $\pi - \Theta$, c'est-à-dire une symétrie par rapport au plan de Dalitz, ne change pas l'expression de la section efficace.

3 - Dans l'expression de l'amplitude, seuls interviennent les harmoniques sphériques d'ordre L, moment orbital incident. Dans la section efficace, nous n'aurons donc, au plus, que des effets d'ordre 2L. De plus, l'interférence de deux ondes α , β de même parité contribuera par des $Y_{L_3}^{M_3}$ de L_3 pair ; L_3 sera impair si les ondes sont de parités opposées.

4 - Dans les expressions O_α^1 et O_α^2 écrites plus haut (expression (7)), correspondant au cas d'une même résonance produite pour les deux associations π -nucléon possibles, nous voyons que si l'on choisit comme axe des X la bissectrice des directions des deux isobares (dans ce cas $\delta = \theta_{12}/2$) ces expressions deviennent très symétriques : l'expression pour l'isobare 2 est complexe conjuguée de l'expression pour l'isobare 1. Donc dans le calcul de la section efficace, le facteur de $\text{Re}(Y_{L_2}^{M_2*} Y_{L_1}^{M_1})$

pour l'isobare 1 sera égal au facteur correspondant pour l'isobare 2 et les facteurs de $\text{Im} (Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'})$ seront opposés, aux coefficients de CLEBSCH-GORDAN de l'isospin (k_1 et k_2) près. Dans l'interférence entre les deux isobares, on aura de même des facteurs égaux pour $\text{Re} (Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'})$ et opposés pour $\text{Im} (Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'})$ si l'on permute les deux isobares (le facteur d'isospin reste le même dans la permutation). Cela conduit à une symétrie importante dans le diagramme de Dalitz par rapport à la première bissectrice dans le cas où on prend comme axes les masses carrées des deux sous-systèmes nucléon - π : dans ces deux moitiés les facteurs de $\text{Re} (Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'})$ sont égaux et ceux de $\text{Im} (Y_L^{M*} Y_{L'}^{M'})$ sont opposés pour l'interférence entre les deux isobares. Cette propriété reste vraie pour les contributions des isobares si on ne tient pas compte des facteurs d'isospin.

3 - APPLICATIONS PRATIQUES

Résonances et ondes partielles considérées

L'expression obtenue plus haut nous permet de calculer la section efficace différentielle pour n'importe quelle valeur de $IJLL'$ et pour n'importe quels sous-systèmes que l'on a à considérer, ceux-ci étant fixés par le choix des particules et les nombres quantiques i, j, l .

En particulier on peut effectuer le calcul pour les différentes valeurs de ijl décrivant les principales résonances π -nucléon au-dessous du GeV :

$j = 1/2$	$l = 0$	$i = 1/2$	S_{11}	$i = 3/2$	S_{31}
	$l = 1$	$i = 1/2$	P_{11}		
$j = 3/2$	$l = 1$			$i = 3/2$	P_{33}
	$l = 2$	$i = 1/2$	D_{13}		
$j = 5/2$	$l = 2$	$i = 1/2$	D_{15}		
	$l = 3$	$i = 1/2$	F_{15}		

On peut de la même façon envisager les états dipioniques :

$j_1 = 0$	$i = 0$	« $\sigma ?$ »
$j_1 = 1$	$i = 1$	ρ

Pour une valeur donnée de J , L peut prendre les deux valeurs $J-1/2$ et $J+1/2$, et L' les valeurs entières comprises entre $|J-j|$ et $J+j$ et de parité $(-1)^{L+L'+1}$.

Exemple : $J = 3/2$; L peut prendre les deux valeurs 1 et 2.

Prenons le cas $L = 2$ (onde D_3 incidente), et ne considérons que les états nucléon- π , dont la parité est $(-1)^{L+1}$:

		Permis	Interdit
$j = 1/2$	$l = 0$	$L' = 1$ DP3	$L' = 2$
$j = 1/2$	$l = 1$	$L' = 2$ DD3	$L' = 1$
$j = 3/2$	$l = 1$	$L' = 0$ DS3	$L' = 1$
		$L' = 2$ DD3	$L' = 3$
	$l = 2$	$L' = 1$ DP3	$L' = 0$
		$L' = 3$ DF3	$L' = 2$

Pour faire apparaître d'une façon plus immédiate les différentes résonances que l'on peut avoir à considérer, séparons les nombres quantiques (ijl) qui définissent ces résonances, des nombres (JLL') qui définissent les ondes partielles relatives à chacune de ces résonances.

Nous pouvons écrire la matrice de transition :

$$\langle \pi_1 \pi_2 N | T | \pi N \rangle = \sum_I \sum_{\mu (ijl)} \sum_{\alpha (JLL')} k_I A_{\alpha \mu} D_{\mu} (m_I) \cdot (-i)^{\nu} P_L^{\nu} (\theta_I^*) e^{iM \theta_I} \sum_L^M (\Theta \Phi)$$

I peut prendre les valeurs 1, 2, 3 et représente l'indice du sous-système.

k_I est un coefficient décrivant les états d'isospin (expression (3)).

$D_{\mu} (m_I)$ est la dépendance dynamique due au pôle pour la résonance considérée, ainsi que les différents facteurs cinématiques de l'expression (2). Nous avons pris pour la partie dynamique due au pôle une expression de la forme.

$$\frac{\sqrt{\Gamma_{\mu} (q_I^*)}}{(m_I - m_{r\mu}) + i \Gamma_{\mu} (q_I^*)}$$

que nous avons multipliée par le facteur $q_I^{L'}$ exprimant approximativement l'effet de la barrière centrifuge dans la création du système deux corps $N^* \pi$.

$m_{r\mu}$: masse de la résonance considérée.

$\Gamma (q_I^*)$: sa largeur qui est une fonction de l'impulsion des particules de désintégration dans son centre de masse.

Les seules inconnues restantes sont donc les coefficients d'amplitude d'ondes partielles $A_{\alpha \mu} (W)$ (voir expression (6)) que nous cherchons à déterminer en fonction de l'énergie.

Méthodes d'analyse

Les calculateurs disponibles ne nous permettent pas, vu le nombre de paramètres, de faire un ajustement général en utilisant simultanément toutes les énergies. Dans une recherche énergie par énergie, une première méthode consiste à calculer événement par événement l'amplitude de transition en tenant compte de toutes les ondes partielles possibles pour toutes les résonances que l'on considère. Les paramètres $A_{\alpha\mu}(W)$ laissés libres dans le calcul, seront déterminés par la méthode du maximum de vraisemblance sur le calcul de la section efficace. Cette méthode qui demande à chaque itération sur la fonction de vraisemblance de reprendre le calcul pour tous les événements à partir de chaque élément de matrice réduit, bien qu'elle soit dans l'absolu la plus adaptée, n'a pu être retenue dans notre plan de travail, vu les difficultés qu'elle soulevait sur les calculateurs que nous avions à notre disposition.

La deuxième méthode consiste à développer la section efficace différentielle en harmoniques sphériques de Θ, Φ , sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{l,m} \operatorname{Re} \left(C_l^m Y_l^m(\Theta, \Phi) \right) \quad (9)$$

On calcule la contribution à chaque coefficient de ce développement, de chacun des couples α, β d'ondes partielles possibles associées aux différentes résonances que l'on considère. Les coefficients du développement (9), qui devront être comparés aux coefficients expérimentaux seront la somme de toutes les contributions possibles :

$$C_l^m = \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \mu, \nu}} (A_{\alpha\mu}^* A_{\beta\nu}) c_l^m(\alpha\mu\beta\nu) \quad (10)$$

La comparaison avec les coefficients expérimentaux est effectuée par la méthode des moindres carrés en laissant libre les $A_{\alpha\mu}$.

Cette méthode a l'avantage de condenser les informations disponibles en un nombre limité de coefficients. Elle généralise la méthode utilisée dans l'analyse de la diffusion élastique qui consiste à développer la section efficace différentielle en polynômes de Legendre [9]. Elle permet par l'étude du comportement de ces coefficients en fonction de l'énergie de s'assurer de la bonne cohésion des résultats expérimentaux entre eux et d'arriver à certaines conclusions quant à la présence de certaines ondes partielles.

4 - EXEMPLE D'APPLICATION NUMERIQUE

En collaboration avec G. VALLADAS nous avons écrit des programmes généraux permettant le calcul de la section efficace en fonction des 4 variables $m_1^2, m_2^2, \Theta, \Phi$.

Nous donnerons ici brièvement une application relative à la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$ dans la réaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^0$.

Dans ce cas : $j = 3/2$; $i = 3/2$; $l = 1$. La parité de l'isobare N_{33}^* étant la même que celle du nucléon, le moment orbital L' a la même parité que le moment orbital initial L .

Le pôle de l'élément de matrice est décrit par les paramètres suivants :

$$m_T = 1,236 \text{ GeV}$$

$$\Gamma(q_1^*) = a_1 \eta^3 / (1 + a_2 \eta^3) \text{ avec } \eta = q_1^* / m_\pi \quad (11)$$

$$a_1 = 0,025$$

$$a_2 = 0,210$$

Nous avons pris cette expression de Γ plutôt que celle donnée par KLEPIKOV et al. [37] utilisée dans la référence [30], car elle rend mieux compte de la variation de la largeur de P_{33} avec l'énergie déterminée par les dernières analyses en déphasages.

La valeur $l = 1$, limite la somme sur γ à 2 termes : un en $\sin \theta^*$ et l'autre en $\cos \theta^*$. Les effets de désintégration de l'isobare sont donc traduits dans la section efficace différentielle par des termes en $\sin^2 \theta^*$ et $\cos^2 \theta^*$ (termes symétriques en θ^*) et par un terme en $\sin \theta^* \cos \theta^*$ (terme anti-symétrique en θ^*).

Les coefficients de spin isotopique sont $k_1 = 3\sqrt{15}$ pour $p\pi^+$ et $k_2 = -2\sqrt{15}$ pour $p\pi^0$.

La figure (28) montre la population du diagramme de Dalitz calculée aux deux énergies de 510 et 810 MeV pour différentes ondes partielles. Dans une cellule donnée la densité de points est proportionnelle à la valeur de la section efficace différentielle dans cette cellule. Le calcul a été fait en tenant compte de l'effet d'interférence entre les deux modes, (sans facteur de barrière centrifuge entre l'isobare et le π de recul). La population du diagramme de Dalitz dépend fortement de l'onde considérée. Les courbes représentent les spectres de masse. Les courbes fines correspondent au calcul sans interférence BBS, les courbes pleines au calcul avec interférence. L'effet d'interférence est constructif pour certaines ondes (PP3) et destructif pour d'autres (FP5). Le spectre $\pi\pi$ est beaucoup plus dépendant de J et de L que le spectre $N\pi$.

Les figures (29) et (30) montrent les effets angulaires pour certaines ondes partielles en fonction de la masse $\pi\pi$. L'intervalle disponible en masse carrée $\pi\pi$ a été coupé en 6 tranches et les effets angulaires en Θ , Φ , calculés dans chacune de ces zones. Nous constatons que les effets de désintégration de l'isobare changent nettement suivant les ondes partielles considérées, ceci devant apporter des contraintes sévères dans l'analyse.

$T_{\pi \text{ Lab}} = 510 \text{ MeV}$

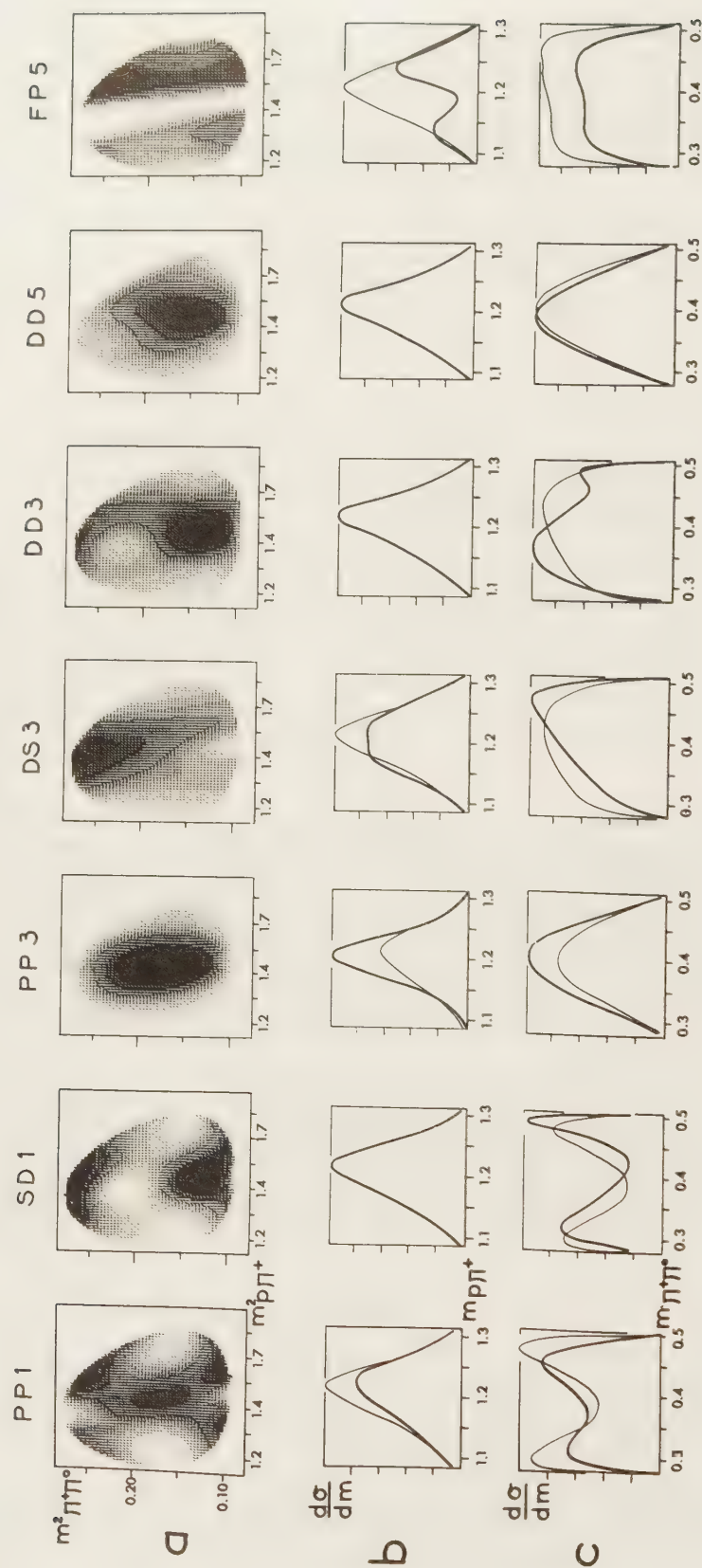


Figure 28 a

Population du diagramme de Dalitz et spectres de masse pour différentes ondes calculés d'après le modèle isobarique à 510 et 810 MeV. Courbes fines : sans interférence BBS ; courbes pleines : avec interférence BBS.

$T_{\eta \text{ Lab}} = 810 \text{ MeV}$

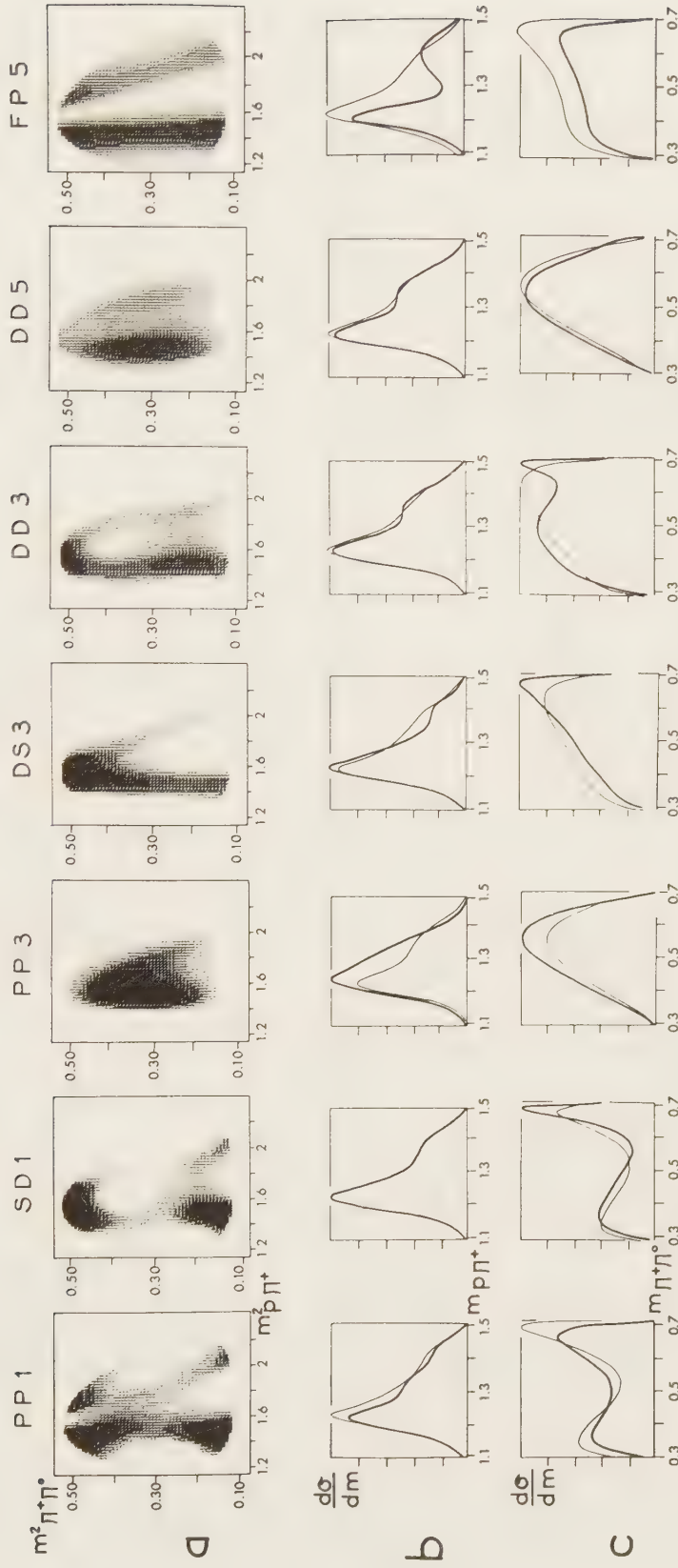


Figure 28 b

Population du diagramme de Dalitz et spectres de masse pour différentes ondes calculés d'après le modèle isobarique à 510 et 810 MeV. Courbes fines : sans interférence BBS ; courbes pleines : avec interférence BBS.

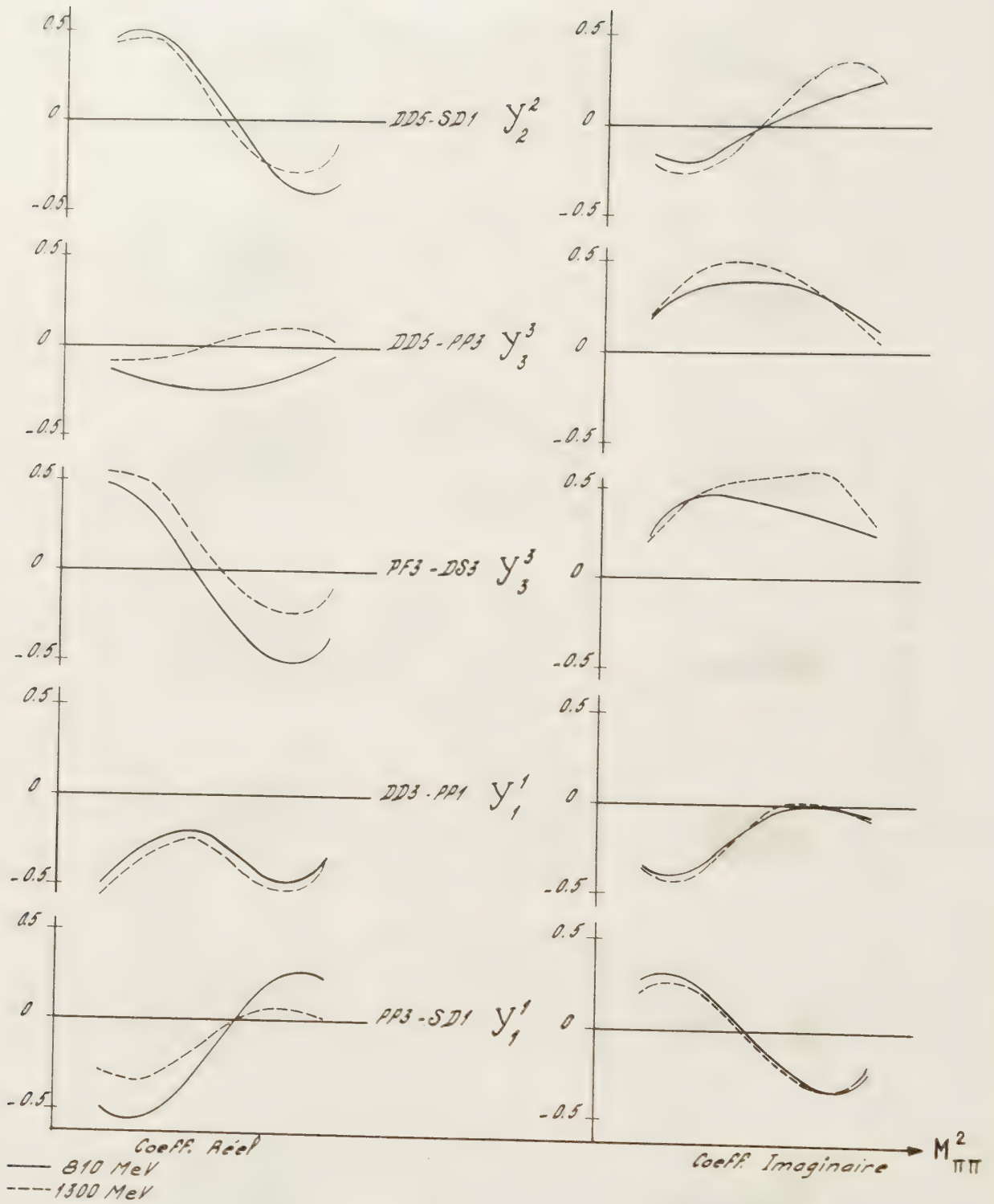


Fig. 29 - Variations de quelques coefficients du développement en Y_L^M en fonction de la masse $\pi\pi$ au carré, calculés pour quelques couples d'ondes d'après le modèle isobarique.

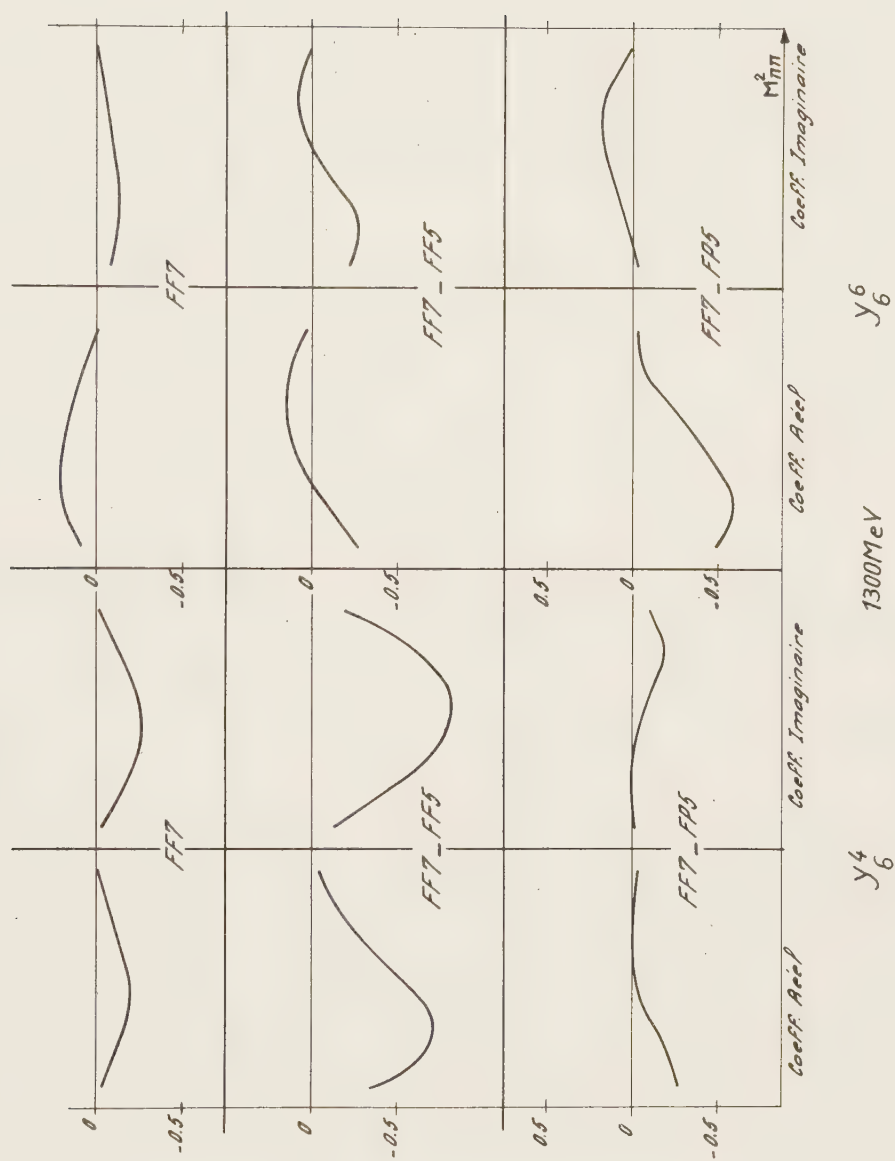


Fig. 30 - Variations des coefficients de Y^4 (θ , Φ) et Y^6 (θ , Φ) en fonction de la masse $\pi\pi$ au carré pour différentes ondes.

5 - CONCLUSIONS

Le développement du formalisme tel que nous venons de le voir, permet en principe le calcul de la réaction pour toutes les ondes partielles pour les différentes résonances que l'on peut former dans l'état final. Mais en fait, le calcul devient vite très compliqué et le nombre de paramètres à déterminer très vite prohibitif. Nous serons donc conduits à faire des hypothèses simplificatrices pour rendre l'analyse possible en limitant par exemple le nombre d'ondes partielles considérées. Ce formalisme suppose que toute l'interaction donne lieu à une rediffusion dans l'état final des particules deux à deux. Il ne tient pas compte des effets directs à trois particules. Le problème à trois particules est l'objet actuellement de nouveaux développements théoriques [38] [39], fondés sur les équations de FADDEEV [40]. Une description détaillée des résultats expérimentaux en fonction des quatre variables m_1^2 , m_2^2 , θ , Φ décrivant un événement, étant indépendante de tout modèle, devrait aider à la compréhension de certains effets propres aux réactions à trois corps dans l'état final et permettre une confrontation avec ces nouveaux développements théoriques.

Dans le chapitre suivant, nous nous attacherons à donner une bonne description des résultats expérimentaux de la diffusion $\pi^+ p$, avant d'en tenter une analyse en ondes partielles.



CHAPITRE II

ETUDE DE LA DIFFUSION INELASTIQUE $\pi^+ p$ AUTOUR DU GeV

Outre les résultats que nous avons obtenus à 810 et 1300 MeV, nous avons cherché à réunir le maximum de données expérimentales pour tenter une analyse de la diffusion inélastique $\pi^+ p$ autour du GeV. Les données que nous avons à notre disposition sont résumées dans le tableau (VII). Malheureusement nous n'avons que deux points en dessous de 800 MeV et ils sont de valeur statistique faible. Cela ne nous permet pas de commencer l'analyse dans les conditions les plus favorables (à basse énergie le nombre d'ondes et le nombre de sous-systèmes à considérer est plus petit). A plus haute énergie les autres expériences sont de statistiques plus élevées. Cependant, la bosse de 1300 MeV n'est pas bien étudiée les points expérimentaux étant très écartés dans cette zone. De nouvelles mesures seraient nécessaires, d'autant qu'avec la production du ρ et des isobares π^- nucléon de masse plus élevée le nombre de paramètres devient très important.

La diffusion inélastique autour du GeV étant dominée par la production d'un π (figure (1)), nous nous limiterons aux réactions $p \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^-$.

Les résultats expérimentaux montrent une production dominante de l'isobare $3/2^- \ 3/2^-$, à toutes les énergies ; au-dessous du GeV, le rapport des sections efficaces des voies $p \pi^+ \pi^0$ et $n \pi^+ \pi^-$ et les spectres de masse Nucléon π sont en assez bon accord avec les prévisions du modèle isobarique simple [11]. Au-dessus de cette énergie les désaccords observés semblent principalement dus à la présence croissante d'isobares π^- nucléon dans l'état $T = 1/2$ et du méson ρ . La forte présence de l'isobare $3/2^- \ 3/2^-$ autorisait une première étude limitée aux événements pour lesquels la masse $p \pi^+$ est comprise entre 1,16 et 1,30 [19]. L'étude du développement de la section efficace en polynômes de Legendre de l'angle de production du système 2 corps ainsi défini ($\pi^+ p \rightarrow N_{33}^{*++} + \pi^0$) tendait à montrer une forte production de l'isobare par les ondes incidentes P, D et F. En particulier, autour de 1300 MeV, un fort terme en P_6 traduit la production de l'isobare en onde F à partir de l'onde incidente $F_{7/2}$ trouvée absorbée dans l'analyse de la diffusion élastique. L'analyse de MERLO [20] des distributions à la production et à la désintégration de « l'isobare » (histogrammes en $\cos \theta$, $\cos \theta^*$ et φ^* ; première partie, Chap. II, § 2b) et des effets d'asymétrie gauche-droite à la désintégration, a confirmé les résultats de l'analyse préliminaire : présence dominante des ondes SD1, DS3, DD5, PP3 et FF7. Cependant, cette analyse qui n'utilise qu'une partie des événements et les distributions angulaires considérées indépendamment les unes des autres, est pratiquement limitée aux énergies inférieures à environ 1 GeV. Au-delà les contraintes apportées par ces données deviennent trop faibles pour un nombre croissant de paramètres. Il est alors logique de chercher à utiliser les informations contenues dans les corrélations entre les angles décrivant la production et la désintégration et c'est un des buts principaux de ce travail.

Nous avons vu (2ème partie, Chap. I, §) qu'un événement (pour une énergie totale donnée et un nucléon initial non polarisé) est caractérisé par 4 variables m_1^2 , m_2^2 , coordonnées du diagramme de Dalitz et Θ , Φ , angles polaires fixant dans l'espace le plan des 3 particules. L'exploitation maximale

T_{INC} (McV)	$p \pi^+ \pi^0$ Nombre év's	$n \pi^+ \pi^+$ Nombre év's	TOTAL	LABORATOIRE
600	410		410	BERKELEY [41]
720	1 292	184	1 476	BRUXELLES [42]
810	2 099	407	2 506	SACLAY *
900	2 203	511	2 714	ROCHESTER [43]
980	4 089	964	5 053	PURDUE [23]
1 070	3 114	751	3 865	SACLAY - C d F [44]
1 130	3 868	1 027	4 895	PURDUE [23]
1 300	3 209	1 023	4 232	SACLAY *
1 460	3 100	1 201	4 301	SACLAY - BARI [21]
	23 384	6 068		
	TOTAL	29 452		

TABLEAU VII

Données expérimentales utilisées dans l'analyse.

* : résultats décrits dans la première partie.

des informations apportées par tous les événements demande de considérer simultanément les distributions de ces 4 variables et leurs corrélations : ceci conduit à la considération simultanée d'un nombre important d'histogrammes et rend la discussion physique difficile. Il en est de même de la comparaison entre des expériences voisines et de toute analyse en fonction de l'énergie. Par analogie avec le développement en polynômes de Legendre de la section efficace différentielle de la diffusion élastique [9] ou de l'angle de production du système quasi 2 corps vu dans le paragraphe précédent, nous sommes conduits à considérer un développement plus général pour décrire le système à trois corps. Le développement de la section efficace différentielle en harmoniques sphériques des angles Θ, Φ s'impose naturellement : l'ordre du développement est limité et sera faible pour des énergies voisines du GeV ($l_{\max} \sim 6$).

Le développement est indépendant de l'application de tout modèle, et permet une description claire en fonction de l'énergie. Les coefficients expérimentaux obtenus par un tel développement sont des données numériques utilisables pour toute analyse. Ainsi dans le cadre du modèle isobarique généralisé, (chapitre précédent), le calcul des coefficients de ce développement est relativement aisé et la méthode des moindres carrés peut être utilisée pour déterminer le jeu de coefficients d'amplitude d'ondes partielles par comparaison aux coefficients expérimentaux. Si l'on ne considère qu'un sous-système, les angles Θ, Φ sont un simple changement de variables des angles θ, φ^* décrivant la production et la désintégration de ce sous-système.

Le développement de la section efficace en harmoniques sphériques des angles Θ, Φ , permet donc d'exprimer les corrélations entre les distributions angulaires à la production et à la désintégration des résonances. De plus, leur valeur pour des zones données du diagramme de Dalitz permet de relier les effets angulaires aux effets dynamiques. Le choix des différentes coupures à effectuer dans le diagramme de Dalitz sera dicté par les résonances de l'un ou l'autre sous-système.

Dans le premier paragraphe, nous décrivons le calcul des coefficients et discutons différents modes de subdivisions du diagramme de Dalitz. Dans le deuxième paragraphe, nous présentons et discutons les principaux résultats relatifs aux réactions $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$. Enfin, nous décrivons la méthode utilisée pour l'analyse en ondes partielles et l'appliquons aux énergies inférieures au GeV.

1 - Calcul des coefficients. Différentes représentations. Méthode de calcul des coefficients du développement en Y_l^m .

Le développement de la section efficace différentielle en harmoniques sphériques a été obtenu par la méthode des moments. On sait que toute distribution angulaire $f(\theta, \varphi)$ peut se développer linéairement en harmoniques sphériques :

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{l,m} \text{Re} (A_l^m Y_l^m(\theta, \varphi))$$

les coefficients A_l^m étant définis par :

$$A_l^m = \int_0^{4\pi} f(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi) d\Omega$$

Lorsque la fonction $f(\theta, \varphi)$ est définie par un nombre limité de mesures, elle peut être représentée par la somme suivante :

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\cos \theta - \cos \theta_i) \delta(\varphi - \varphi_i)$$

α : facteur de normalisation

$\cos \theta_i, \varphi_i$: valeurs se rapportant à la i ème mesure.

On a alors :

$$A_l^m = \frac{\alpha}{N} \sum_{i=1}^N Y_l^m(\theta_i, \varphi_i) = \alpha \cdot \bar{Y}_l^m(\theta, \varphi)$$

La valeur moyenne du Y_l^m est aussi connue sous le nom de moment. L'erreur sur le coefficient A_l^m est donnée par le moment d'ordre 2 :

$$(\Delta A_l^m)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_l^m - Y_l^m(\theta_i, \varphi_i)}{N} \right)^2$$

Les valeurs A_l^m ainsi trouvées ne sont que des valeurs approchées de celles que donnerait la méthode du maximum de vraisemblance. Nous avons vérifié que cette approximation était bonne, les valeurs trouvées par les deux méthodes étant compatibles entre elles [45].

Les harmoniques sphériques étant des fonctions complexes, les coefficients A_l^m sont également complexes. En fait on doit considérer séparément la partie réelle et la partie imaginaire. Pour cela nous avons écrit le développement sous la forme :

$$\frac{1}{\pi \chi^2} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{l, m} \left(C_l^m \cos m \Phi + D_l^m \sin m \Phi \right) P_l^m(\cos \theta)$$

Le facteur de normalisation nous est donné en intégrant sur toute la sphère

$$C_0 = \frac{\sigma}{4\pi \chi^2} = \alpha$$

Choix de l'axe des X

L'axe des X du système OXYZ dans lequel les angles Θ , Φ sont définis (figure (27)) peut être choisi par commodité. Il peut être la direction d'une des trois particules finales, ou toute direction permettant de faire apparaître certaines symétries (bissectrice des directions des deux isobares, ...). Dans le présent travail, nous avons choisi la direction du nucléon : elle a un rôle symétrique dans la description de l'un ou l'autre des deux sous-systèmes π - nucléon ; de plus, c'est la direction de recul du dipion et les calculs relatifs à ce sous-système sont simplifiés.

Choix des découpages dans le diagramme de Dalitz pour la description des effets angulaires.

Pour obtenir une information la plus détaillée possible, on a intérêt à calculer le développement en Y_l^m pour de petites zones du diagramme de Dalitz. Mais on doit disposer de grandes statistiques pour que le développement obtenu ait un sens. En fonction du problème posé, on recherchera donc un découpage qui permette la description la plus spécifique, tout en utilisant un nombre limité de cellules.

Le développement le plus simple consiste à prendre tout le diagramme. Il permet une vue d'ensemble claire des résultats expérimentaux en fonction de l'énergie.

Nous avons vu au chapitre précédent, § 2, que dans le cas de la production d'isobares π - nucléon les contributions des deux états de charge possibles aux coefficients C_l^m (partie réelle du Y_l^m) s'ajoutent ; elles sont indépendantes du sens choisi pour la normale au plan de Dalitz (axe OZ). Il n'en est pas de même des contributions aux coefficients D_l^m (partie imaginaire du Y_l^m) qui sont opposées de signe. Si les bandes des 2 isobares sont bien séparées dans le diagramme de Dalitz par la bissectrice des axes (ligne $m_1^2 = m_2^2$), pour renforcer les coefficients D_l^m on a alors intérêt à affecter le signe moins à la contribution de l'une des deux moitiés du diagramme ainsi définies. Cela revient dans le calcul du produit vectoriel définissant l'axe OZ à écrire en premier par exemple l'impulsion du sous-système de masse la plus faible. C'est cette convention que nous avons adoptée pour le calcul des coefficients.

La mise en évidence des effets angulaires propres à la résonance de l'un des sous-systèmes sera faite en découpant le diagramme en fonction de la masse de ce sous-système : les effets doivent être renforcés dans la zone de la résonance. Ainsi, pour le N_{33}^* , le diagramme sera découpé en tranches de masse carrée Nucléon - π . Le découpage en masse carrée $\pi\pi$ révèle à la fois les effets d'une résonance $\pi\pi$ (dans ce travail le méson ρ^+) et la distribution à la désintégration des isobares ($\cos \theta^*$ étant linéairement relié à $m_{\pi\pi}^2$). Pour discuter des symétries, la comparaison des contributions de chacune des moitiés du diagramme de Dalitz pour chaque tranche de $m_{\pi\pi}^2$, sera une source d'informations supplémentaire.

Dans les applications qui suivent nous donnerons une description des coefficients pour les réactions $p\pi^+\pi^0$ et $n\pi^+\pi^+$ en fonction des différents découpages mentionnés.

Dans toutes ces représentations les erreurs considérées seront uniquement les erreurs statistiques. Le fait d'utiliser un développement en fonctions orthonormées fait que les corrélations d'erreurs seront en général faibles.

2 - Description des résultats expérimentaux

Réaction $p \pi^+ \pi^0$:

La figure (31) montre la variation des coefficients C_l^m et D_l^m pour l'ensemble des évènements en fonction de l'énergie. La variation des coefficients présente une bonne continuité et cela montre la cohérence des différentes expériences utilisées. Rappelons que la conservation de la parité impose que les coefficients pour lesquels $l + m$ est impair soient nuls. Nous avons vérifié qu'en effet ces coefficients sont compatibles avec zéro.

Les coefficients d'ordre 6 au-dessous du GeV sont pratiquement nuls et ceux d'ordre 7 le sont jusqu'à la plus haute énergie étudiée (1460 MeV). Cela est à rapprocher des résultats de l'analyse de la diffusion élastique [2] qui montre que l'absorption de l'onde F_{37} commence à environ 1 GeV et que les ondes d'ordre plus élevé ne sont pratiquement pas absorbées jusqu'à 1400 MeV.

Les coefficients présentent presque tous des extrémums vers 1300 MeV. Les coefficients C_{20} , C_{31} , D_{33} changent de signe vers 1 GeV, C_{40} , C_{42} , D_{42} et D_{44} vers 1300 MeV. C_{11} , D_{11} et C_{20} présentent des extrémums peu marqués autour de 800 MeV.

La figure (32) représente la variation des coefficients en fonction de l'énergie pour les zones du diagramme de Dalitz, définies respectivement par les inégalités $M_p \pi^+ < M_p \pi^0$ (N_{33}^{*++} dominant) et $M_p \pi^0 < M_p \pi^+$ (N_{33}^{*+} dominant). Le facteur de normalisation dans le développement pour chacune des deux zones a été pris égal à 1. Nous constatons que la plupart des coefficients C_l^m (termes en $\text{Re}(Y_l^m)$) ont des valeurs comparables. Il en est de même pour les coefficients D_l^m (termes en $\text{Im}(Y_l^m)$) au signe près. (Le changement du signe d'une zone à l'autre provient du fait que dans le cas présent Oz est défini par le produit vectoriel $\vec{P}_{\pi^0} \times \vec{P}_{\pi^+}$). Cette symétrie approximative des effets angulaires des deux zones doit être rattachée principalement à l'effet dominant de l'isobare dans chacune d'elles.

La figure (33) montre l'exemple à 1300 MeV de la variation des coefficients en fonction de la masse carrée $p \pi^+$ (le domaine de variation ayant été découpé en 6 intervalles). Nous voyons que les principaux effets sont renforcés dans la zone de masse du N^{*++} et de l'écho du N^{*+} .

La figure (34) présente la variation des coefficients C_0 , C_{11} , D_{11} , C_{22} et D_{22} en fonction de la masse carrée $\pi\pi$ (découpée en 6 intervalles) pour les différentes énergies. La similarité du comportement de ces coefficients est remarquable. L'allure des courbes est la même aux différentes énergies (concavité vers le bas) les effets se renforçant lorsque l'énergie augmente. Les autres coefficients (non portés sur la figure) ont des variations semblables. Les effets du ρ commencent à être apparents au-dessus du GeV; ils sont aussi visibles sur les coefficients C_{20} et C_{44} . En général la contribution du ρ est constructive par rapport au fond. Sur la figure (31) où ont été portés également les coefficients calculés en ayant exclu

+) Sur toutes les figures qui suivent les courbes ont été tracées à la main pour réunir les points expérimentaux entre eux.

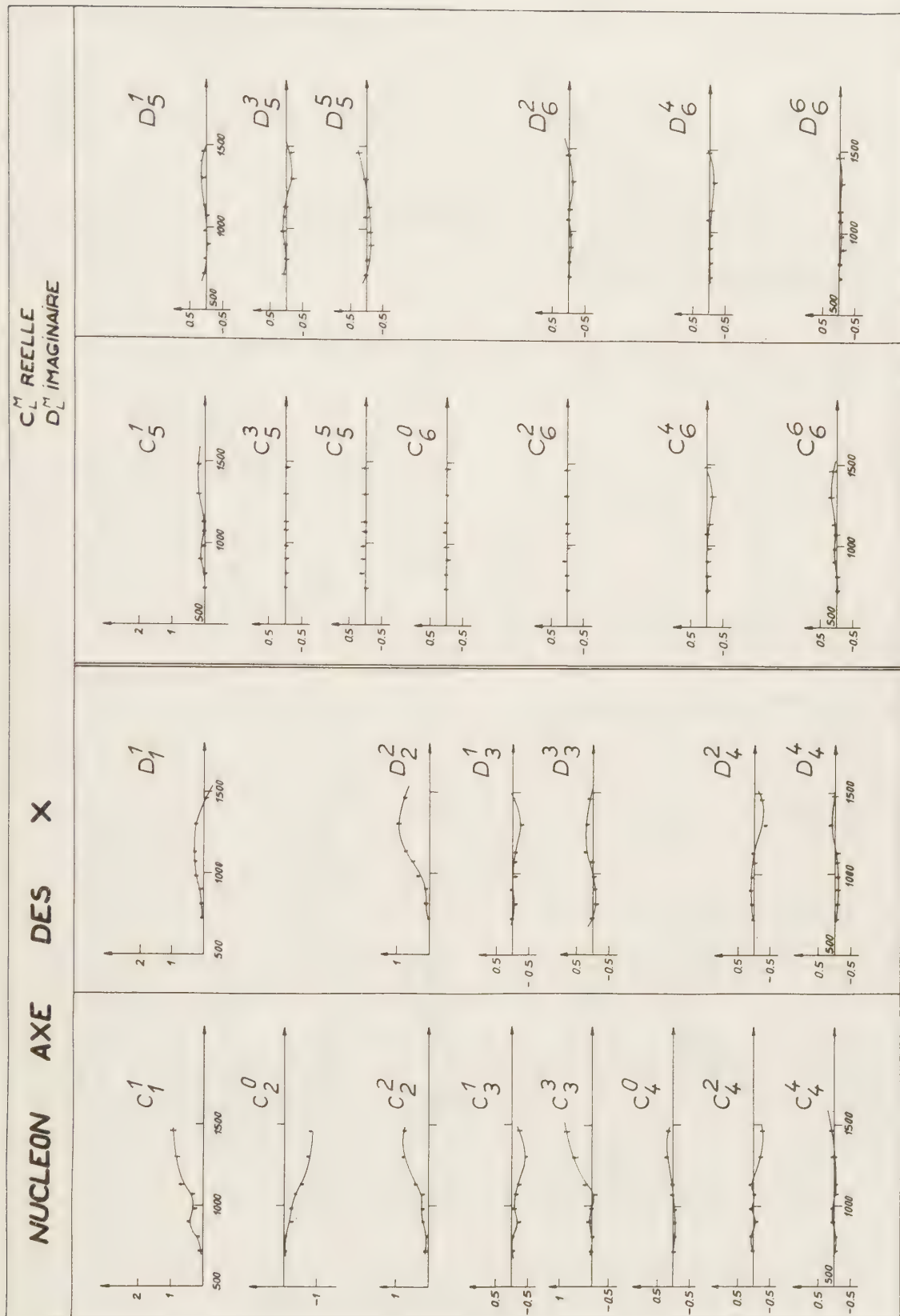


Fig. 31 - Variation des coefficients C_L^m et D_L^m en fonction de l'énergie pour tous les événements de la réaction $\pi^+ \gamma^+ n$.

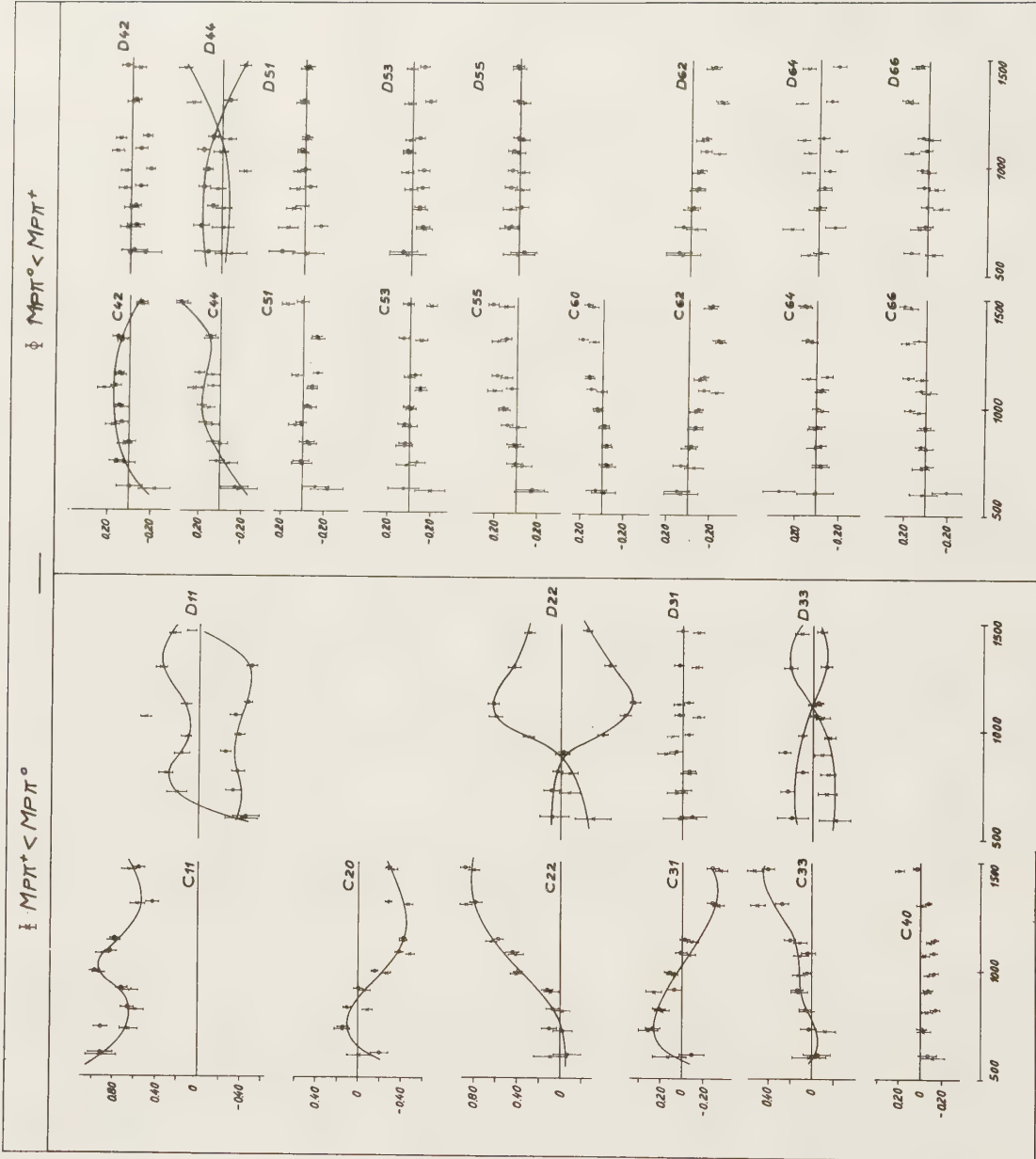


Fig. 32 - Variation des coefficients C_L^m et D_L^m en fonction de l'énergie pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz

$$\begin{aligned} M_{p\pi^+} &< M_{p\pi^0} \\ M_{p\pi^0} &< M_{p\pi^+} \end{aligned}$$

Le coefficient de normalisation a été pris égal à 1 pour les deux moitiés.

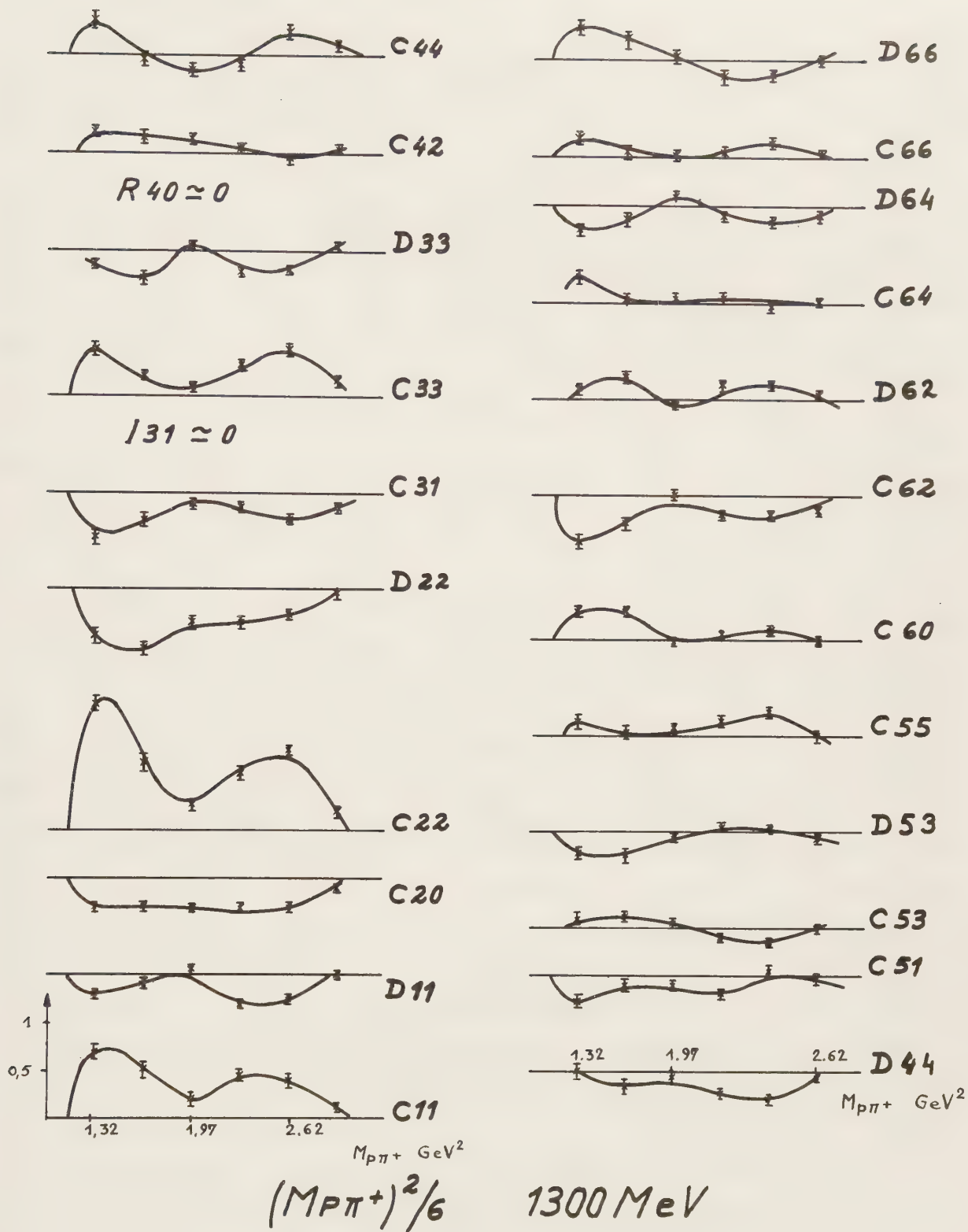


Fig. 33 - Variation des coefficients C_l^m et D_l^m à 1300 MeV en fonction de la masse carrée $p\pi^+$ (réaction $p\pi^+\pi^0$).

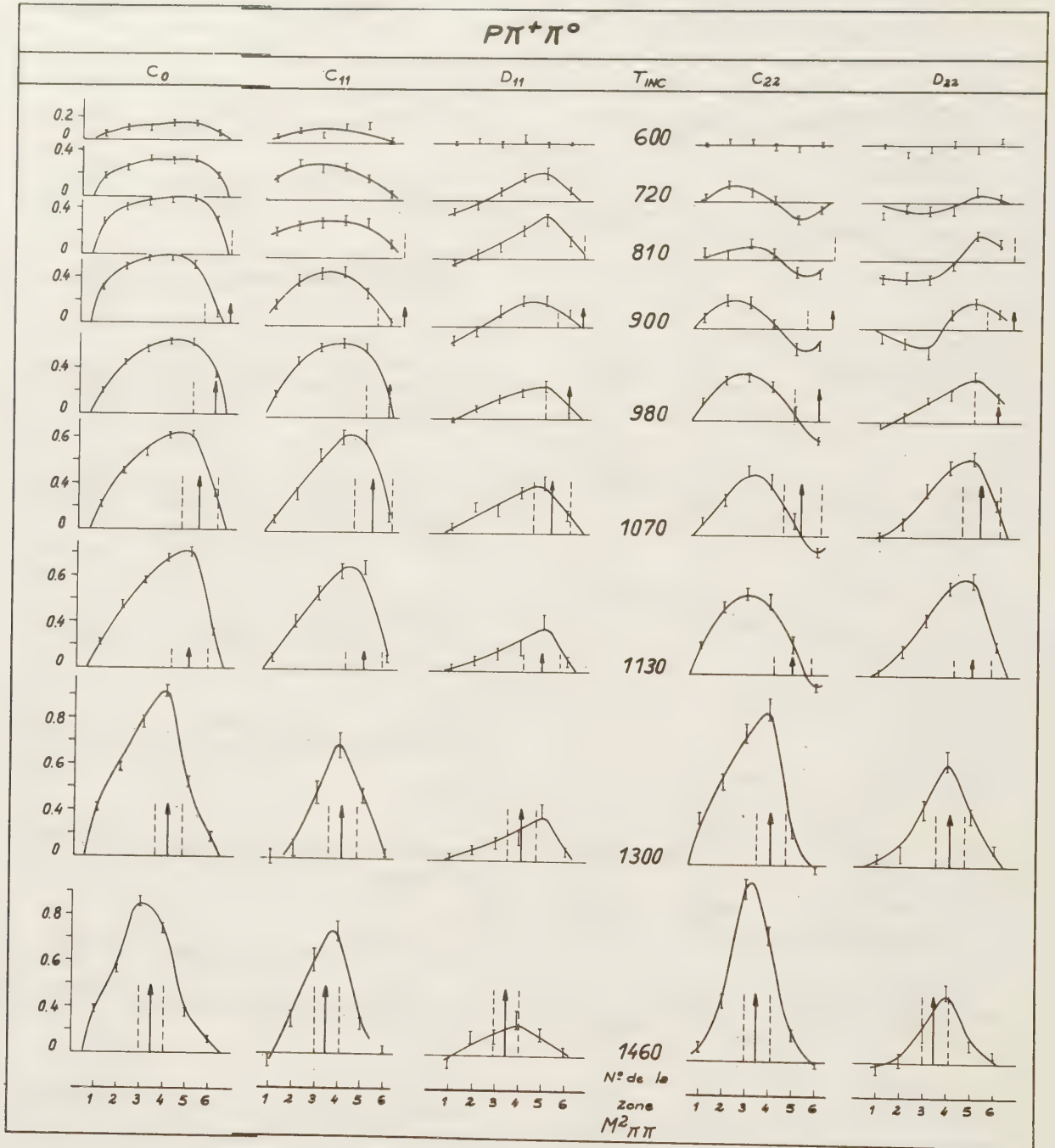


Fig. 34 - Variation des coefficients C_0 , C_1^1 , D_1^1 , C_2^2 et D_2^2 en fonction de la masse carrée $\pi^+\pi^0$ (réaction $p\pi^+\pi^0$). La zone du ρ , 760 ± 60 MeV, a été portée sur la figure.

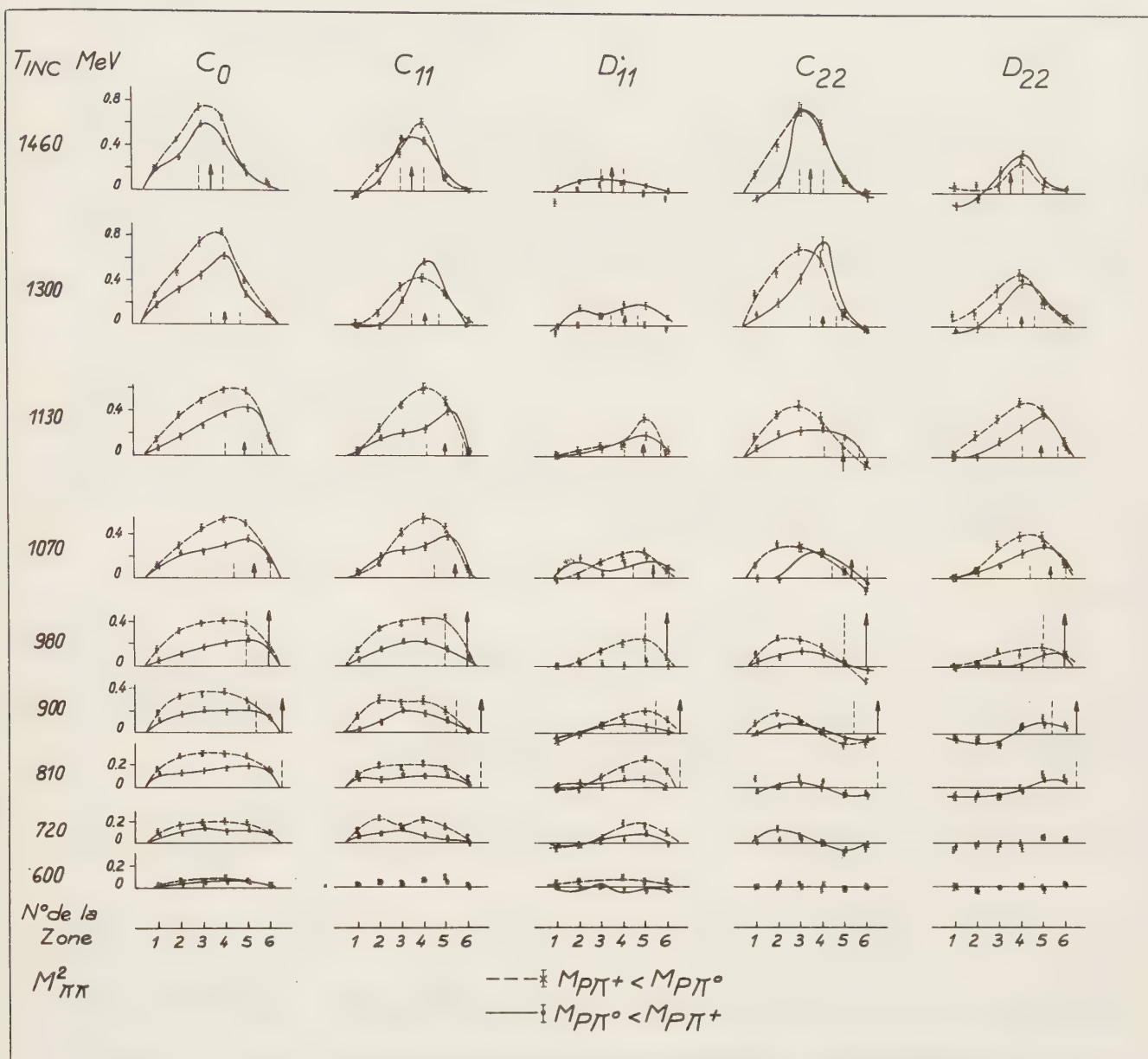


Fig. 35 - Variation des coefficients C_0 , C_1^1 , D_1^1 , C_2^2 et D_2^2 en fonction de la masse carrée $\pi\pi$ pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz :

$$M_p \pi^+ < M_p \pi^0$$

$$M_p \pi^0 < M_p \pi^+$$

La zone du ρ , 760 ± 60 MeV, a été portée sur la figure.

zone de masse du ρ nous constatons que leur comportement garde la même allure générale que dans le cas où il y a tous les événements. Cela confirme ce qui vient d'être dit à propos des spectres en fonction de $m_{\pi\pi}^2$: les effets angulaires du ρ sont en général dans le même sens que ceux du N_{33}^* .

La figure (35) montre les coefficients C_0 , C_{11} , D_{11} , C_{22} , et D_{22} en fonction de $m_{\pi\pi}^2$ pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz définies ci-dessus. Nous voyons que les coefficients relatifs à la deuxième moitié ($M_{p\pi^0} < M_{p\pi^+}$) sont en général plus petits pour les faibles masses pion-pion puis qu'ils tendent à devenir égaux ou plus grands que ceux de la première moitié. Or, s'il n'y avait que l'isobare $3/2 \ 3/2$ produit, le rapport des valeurs devrait être $9/4$ en faveur de la première moitié. Cet effet, qui s'observe à plusieurs énergies, ne semble pouvoir s'expliquer que par des interférences de signes opposés dans chacune des moitiés du diagramme de Dalitz. Des interférences du N_{33}^* avec les isobares $T = 1/2$ sont à exclure car celles-ci devraient apparaître d'abord aux faibles masses $\pi\pi$.

Le tableau (VIII) montre à titre d'exemple la valeur des coefficients dans les différentes zones du diagramme de Dalitz définies par une subdivision selon les masses carrées $\pi\pi$ et $p\pi^+$. Les coefficients sont plus grands à la fois dans la zone de masse du ρ et dans celle des isobares N^{*++} et N^{*+} . Les effets relatifs au ρ et à l'isobare ne se différencient pas et cela confirme ce qui a été dit ci-dessus à propos des coefficients des figures (31) et (34).

Réaction $n \pi^+ \pi^+$

La figure (36) montre la variation des coefficients calculés pour tous les événements en fonction de l'énergie. Le comportement de ces coefficients est en général comparable à celui des coefficients de la réaction $p\pi^+\pi^0$. (Le maximum des coefficients C_{11} , C_{20} , D_{22} y est cependant moins marqué). Les coefficients C_{31} , D_{44} et C_{62} en particulier ont des variations différentes.

La variation des coefficients en fonction de la masse carrée $n\pi^+$ est montrée sur la figure (37). On a choisi l'énergie de 1300 MeV pour permettre la comparaison à la réaction $p\pi^+\pi^0$ (figure (33)).

Les effets en fonction de la masse carrée $\pi^+\pi^+$ sont montrés sur la figure (38). Les coefficients C_0 qui représentent les spectres $m_{\pi\pi}^2$ normalisés à la section efficace, présentent pratiquement à toutes les énergies un surplus d'événements aux basses masses. Cela semble être dû à la présence des isobares 1515 et 1680 signalée au chapitre II, 1ère partie. La variation des coefficients C_{11} , D_{11} , C_{22} et D_{22} est à rapprocher de celle des mêmes coefficients pour la réaction $p\pi^+\pi^0$. Cependant une structure se manifeste dans C_{11} à partir de 1130 MeV, dans D_{22} à 1070 MeV et aux énergies voisines. Avant de chercher à les interpréter, on peut se demander si elles ne sont pas dues à des biais. Leur existence à plusieurs énergies semblerait indiquer le contraire. Ces faits doivent être reliés aux fortes valeurs de C_0 pour les faibles masses $\pi^+\pi^+$.

Essai de discussion en termes d'ondes partielles d'isobare $3/2 \ 3/2$

La production dominante de l'isobare $3/2 \ 3/2$ et ses corrélations avec les principaux effets angulaires permet de tenter une discussion qualitative des coefficients C_l^m et D_l^m en termes d'ondes

Réaction $p \pi^+ \pi^-$												
1300 MeV C_1^1												
$(M_{\pi\pi})^2$	0.145		0.287		0.428		0.468		0.709		0.850	
$(M_{p\pi^+})^2$												
1.324	0.029	0.025	0.018	0.046	0.167	0.056	0.301	0.051	0.177	0.030	0.003	0.012
1.648	0.002	0.032	0.059	0.038	0.176	0.044	0.136	0.053	0.115	0.037	0.003	0.021
1.972	-0.006	0.023	0.042	0.022	0.055	0.035	0.055	0.039	0.031	0.029	0.027	0.019
2.296	-0.044	0.022	-0.006	0.023	0.058	0.030	0.197	0.045	0.194	0.030	0.025	0.010
2.621	0.010	0.020	-0.012	0.034	0.075	0.042	0.296	0.048	0.033	0.011	0.000	0.000
2.945	0.022	0.025	-0.015	0.028	0.052	0.024	0.013	0.003	0.000	0.000	-0.000	-0.000
C_2^2												
1.324	0.113	0.015	0.314	0.032	0.411	0.043	0.353	0.046	0.125	0.028	0.019	0.006
1.648	0.121	0.025	0.129	0.031	0.212	0.039	0.222	0.045	0.008	0.039	-0.024	0.022
1.972	0.041	0.019	0.073	0.018	0.151	0.026	0.102	0.035	-0.083	0.031	-0.043	0.020
2.296	0.050	0.014	0.042	0.019	0.106	0.022	0.259	0.038	0.130	0.029	0.013	0.012
2.621	0.022	0.018	0.143	0.024	0.197	0.035	0.430	0.038	0.043	0.005	0.000	0.000
2.945	0.058	0.020	0.031	0.029	0.076	0.023	0.002	0.008	0.000	0.000	-0.000	-0.000
1460 MeV C_1^1												
$(M_{\pi\pi})^2$	0.159		0.326		0.492		0.659		0.825		0.992	
$(M_{p\pi^+})^2$												
1.347	-0.010	0.015	0.097	0.037	0.119	0.052	0.320	0.045	0.084	0.023	0.022	0.007
1.718	0.015	0.029	0.045	0.036	0.146	0.047	0.271	0.045	0.028	0.027	0.008	0.022
2.089	-0.028	0.021	0.078	0.026	0.166	0.038	0.081	0.030	0.042	0.021	-0.001	0.012
2.459	-0.040	0.019	0.027	0.025	0.117	0.038	0.217	0.037	0.102	0.026	0.010	0.009
2.830	-0.007	0.019	0.016	0.025	0.196	0.047	0.188	0.037	0.008	0.010	0.000	0.000
3.201	0.002	0.017	0.025	0.024	0.077	0.022	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000
C_2^2												
1.347	-0.007	0.018	0.191	0.032	0.322	0.048	0.324	0.042	0.057	0.023	0.007	0.008
1.718	0.112	0.023	0.151	0.030	0.279	0.040	0.263	0.041	0.050	0.028	0.003	0.023
2.089	0.053	0.016	0.091	0.021	0.235	0.030	0.079	0.026	0.035	0.019	-0.035	0.016
2.459	0.031	0.016	0.048	0.022	0.231	0.030	0.181	0.034	0.076	0.025	0.004	0.009
2.830	-0.005	0.019	0.050	0.021	0.361	0.040	0.254	0.034	0.019	0.007	0.000	0.000
3.201	-0.063	0.020	-0.013	0.029	0.083	0.023	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000

TABLEAU VIII

Valeurs des coefficients C_1^1 et C_2^2 à 1300 et à 1400 MeV, et leurs erreurs pour ces cellules du diagramme de Dalitz (en $m_{\pi^+\pi^0}^2$ et $m_{p\pi^+}^2$).

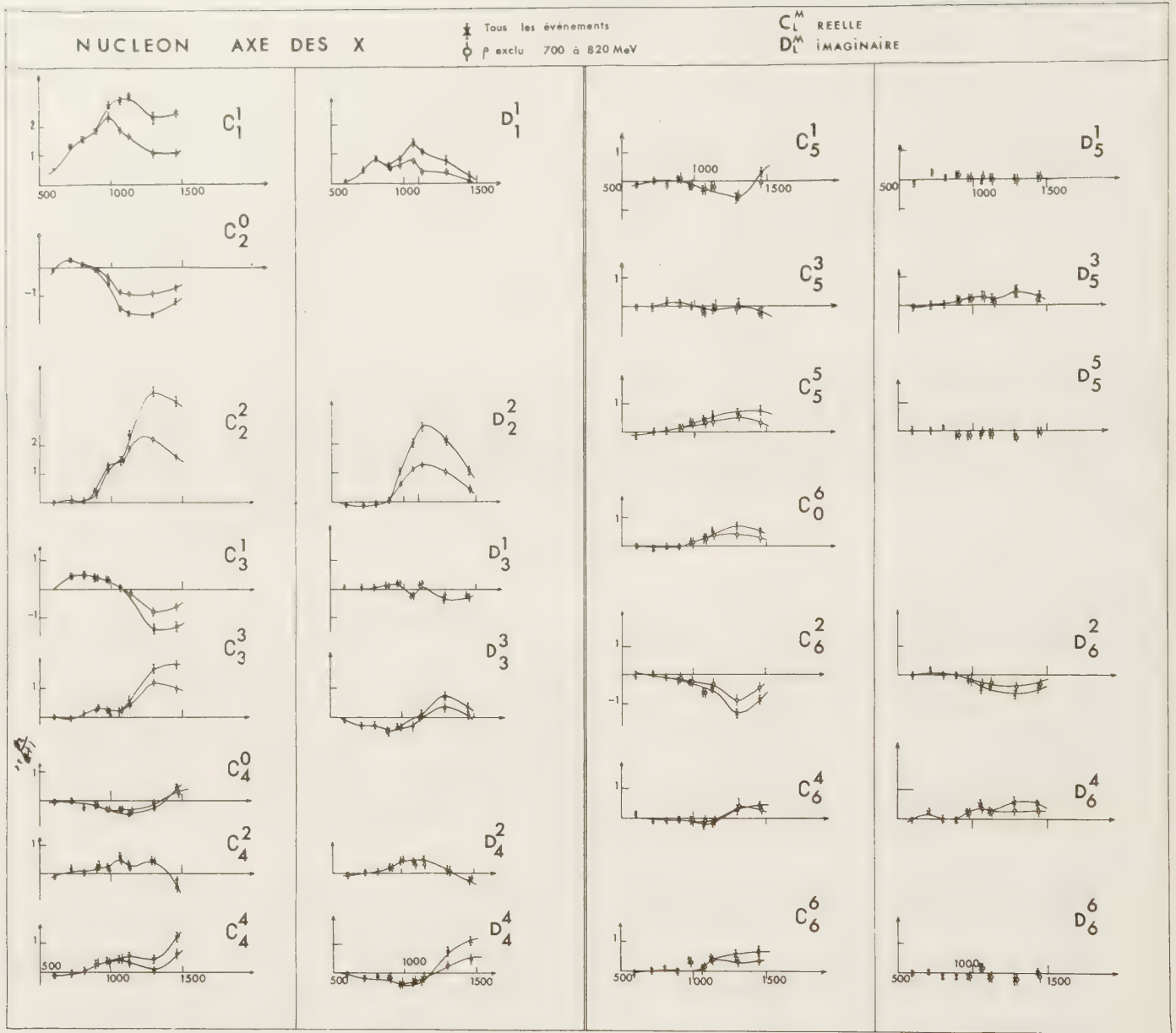


Fig. 36 - Variation des coefficients C_l^m et D_l^m en fonction de l'énergie pour la réaction $p\pi^+\pi^0$:

* tous les événements

○ $0,700 < M_{\pi^+\pi^0} < 0,820$ exclus.

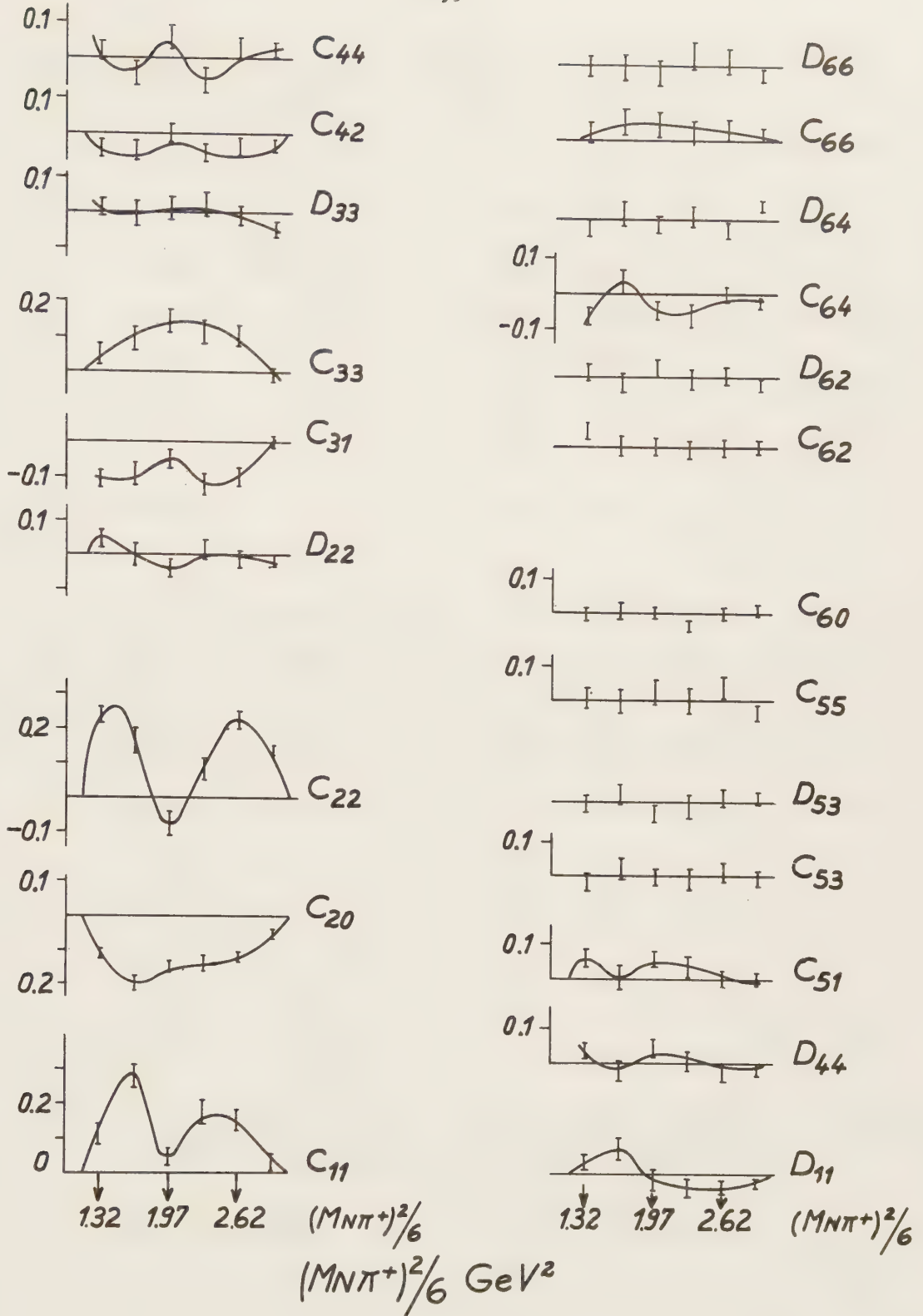


Fig. 37 - Variation des coefficients C_l^m et D_l^m à 1300 MeV en fonction de la masse carrée $n \pi^+$ (réaction $n \pi^+ \pi^+$).

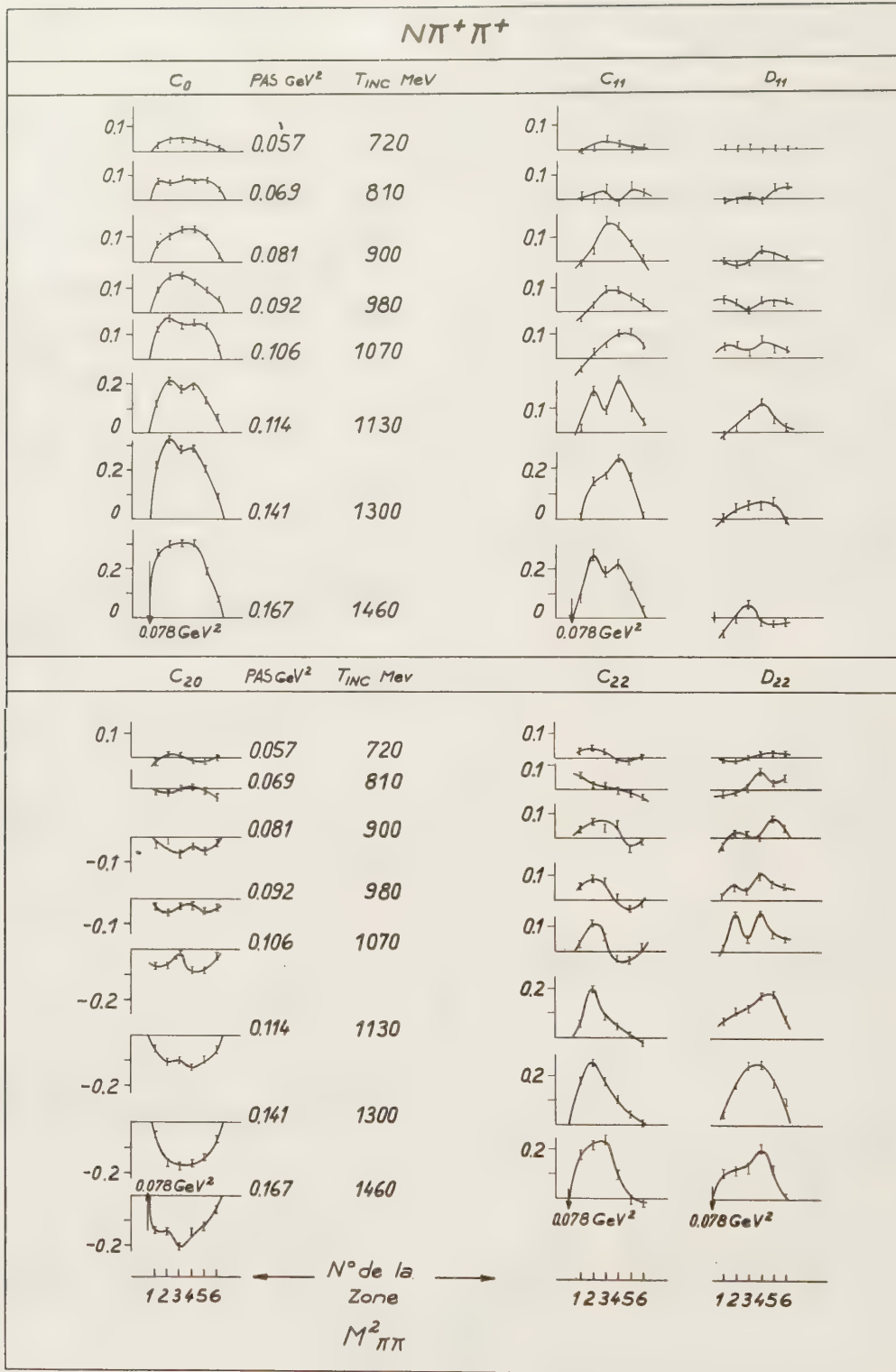


Fig. 38 - Variation des coefficients C_0 , C_2^0 , C_1^1 , D_1^1 , C_2^2 et D_2^2 en fonction de la masse carrée $\pi^+\pi^+$ (réaction $n\pi^+\pi^+$). Le pas correspond à la largeur d'une zone en GeV^2 .

d'isobares $3/2 \ 3/2$. L'analyse en ondes partielles qui sera présentée dans le paragraphe suivant décrira au mieux la diffusion autour de 800 MeV : nous ne discuterons ici que la région de 1300 MeV.

Le fait que pratiquement tous les coefficients soient maximaux au voisinage de 1300 MeV, fait comparable à la diffusion π^+p à 900 MeV, permet de penser que plusieurs ondes résonnent dans cette zone d'énergie [2]. Les coefficients d'ordre 5 et 6 et leurs variations en fonction de $m_{\pi\pi}^2$ s'expliquent bien par la présence des ondes DD5, FP5, FF5 et FF7, d'après la comparaison aux résultats du calcul. La discussion des coefficients d'ordre 2, 3 et 4 montre la présence des ondes PP1 et PP3.

Une analyse numérique doit préciser les ondes partielles responsables de la production du ρ et des isobares $T = 1/2$.

Les variations des coefficients en fonction de la masse carrée $m_{\pi\pi}^2$ pour les deux moitiés du diagramme de Dalitz de la figure (35) sont à interpréter.

3 - Analyse en ondes partielles

Méthode d'analyse :

Les coefficients théoriques du développement en Y_l^m pour une zone donnée du diagramme de Dalitz sont obtenus en sommant les contributions de tous les couples d'ondes possibles associées aux résonances considérées (expression (10)). Ces coefficients théoriques sont comparés aux coefficients expérimentaux calculés dans la même zone du diagramme de Dalitz. La recherche d'une solution est effectuée par la méthode des moindres carrés. Deux programmes différents ont été utilisés à cet effet : une version modifiée du programme PIPANAL utilisé par BAREYRE et al. [2] et le programme MINUIT [46]. Tous les deux sont basés sur la recherche du minimum de la fonction χ^2 par la méthode du gradient. La fonction χ^2 est définie par :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{NC} \left(\frac{C_i^{th} - C_i^{exp}}{\Delta C_i^{exp}} \right)^2$$

NC nombre de contraintes.

Les paramètres à déterminer sont les amplitudes complexes A_α (chapitre précédent, expression (6)) intervenant dans le calcul des C_i théoriques. Si n est le nombre d'ondes, le nombre de paramètres est $2n - 1$, les phases des amplitudes étant définies à une constante additive près.

Le nombre de contraintes utilisées dépend de l'ordre du développement en $Y_l^m(\theta, \phi)$ et du nombre de zones dans le diagramme de Dalitz. Pour des raisons de place disponible dans les mémoires des ordinateurs et de temps de calcul, nous nous sommes limités à trois zones en $m_{\pi\pi}^2$ jugées suffisantes pour utiliser les contraintes relatives aux variations de la section efficace en fonction de $\cos^2 \theta^*$ et $\sin^2 \theta^*$ de désintégration des isobares. L'ordre du développement en Y_l^m est fixé par les ondes

prises en compte dans l'ajustement. Les effets d'ordre 4 ne sont à considérer qu'à partir de l'onde DD5 ; les effets d'ordre 6 que si FF7 est présente.

La deuxième série de contraintes que l'on peut utiliser est liée aux deux autres variables m_1^2 , m_2^2 . Pour des raisons de simplicité et aussi parce que les spectres nucléon $-\pi$ ne sont pas très sensibles à la présence des différentes ondes nous n'avons introduit comme contraintes complémentaires que l'histogramme en masse carrée $\pi\pi$ partagé en 6 intervalles.

Enfin, dans une première étape nous n'utilisons les données relatives à la voie $\pi^+\pi^+n$ que par le rapport $R = \frac{\sigma_{p\pi^+\pi^+}}{\sigma_{\pi^+\pi^+n}}$ des sections efficaces. Ce rapport est une contrainte importante pour fixer la contribution relative des sous-systèmes πN d'isospin 1/2.

D'où le nombre de contraintes résumées ci-dessous :

Ordre du développement	Nombre de zones	Nombre de C_l^m	Nombre de D_l^m	$m^2_{\pi\pi}$	R	TOTAL
4	3	8	6	6	1	49
5	3	11	9	6	1	67
6	3	15	12	6	1	88

(On se rappelle que les coefficients tels que $l+m$ est pair sont nuls).

La recherche d'une solution est effectuée en choisissant au hasard les valeurs de départ des différents paramètres. Un minimum est trouvé lorsque $\text{grad } \chi^2$ est considéré comme nul dans la zone où on se trouve. Le départ avec des valeurs choisies au hasard constitue un procédé commode, mais on doit le répéter un assez grand nombre de fois avant d'avoir épuisé toutes les solutions possibles. Le nombre d'essais est limité par le temps de calcul.

La valeur du χ^2 pour les solutions trouvées dépend de l'estimation des erreurs. Nous n'avons tenu compte, dans cette analyse, que des erreurs statistiques données par la méthode des moments. Nous nous sommes assurés que les corrélations entre les coefficients étaient généralement petites. Nous n'avons pas tenu compte des biais expérimentaux possibles. On ne s'attend donc pas que la valeur du χ^2 trouvée soit très proche de la valeur idéale 1.

Un programme recalcule à partir de chaque solution trouvée les spectres en fonction des quatre variables Θ , Φ , m_1^2 , m_2^2 [45] et ceux-ci sont comparés à l'expérience. Il est ainsi vérifié que chaque solution représente une bonne traduction des résultats expérimentaux. Cette vérification peut également aider à déceler la solution la plus proche des résultats expérimentaux.

Résultats de l'analyse

Les données ont été analysées en supposant la participation de différents sous-systèmes dans l'état final :

N_{33}^* seul : La première série d'ajustements a été faite en ne retenant que la contribution de l'isobare $3/2 \ 3/2$ et incluait l'interférence entre les deux états de charge. Le maximum d'ondes considérées était 10 (jusqu'à l'onde FF7, en négligeant DG5).

N_{33}^* et N_{11}^* (1470) et « S_{11} » : Dans une deuxième série d'ajustements, nous avons tenu compte de la contribution de l'isobare N_{11}^* (1470) (onde P_{11}) et de l'interaction attractive de l'onde S_{11}^{+} représentée par une longueur de diffusion en dessous de 500 MeV. Les paramètres de l'élément de matrice $\left(\frac{\sqrt{\Gamma}}{m - m_r - i\Gamma} \right)$, avec $\Gamma = a_1 \eta^{2l+1} / (1 + a_2 \eta^{2l+1})$ chapitre précédent expression (11) sont

pour le N_{11}^* (1470) : $m_r = 1470 \text{ MeV}$ $a_1 = 0,005$ $a_2 = 0,020$.

Les ondes considérées pour ces deux sous-systèmes sont respectivement, pour $S_{11} = PS1, SP1, DP3, PD3$ et pour $P_{11} : SS1, PP1, PP3, DD3$.

Résultats. Au-dessous du GeV. Le nombre de solutions différentes obtenues est très faible. Pratiquement on retrouve toujours deux familles de solutions. Ces solutions ne sont pas sensiblement modifiées par l'introduction des sous-systèmes « S_{11} » et N_{11}^* (1470); on trouve que les ondes correspondantes ont une amplitude faible et elles n'améliorent pas nettement la valeur du χ^2 . L'addition des ondes PF3, FP5, FF5 et FF7 ne change pas les solutions; l'amplitude de ces ondes est trouvée systématiquement petite. Les contraintes introduites dans l'analyse par les coefficients relatifs aux trois tranches en masse carrée $\pi\pi$ du diagramme de Dalitz sont donc suffisantes pour permettre une analyse significative. Le tableau (IX) résume les solutions trouvées. Ces résultats sont comparés aux valeurs de $\sqrt{1 - \rho^2}$ données par l'analyse de la diffusion élastique. Nous avons pris pour les valeurs de ρ les plages définies par BAREYRE [48], contenant les trois solutions proposées [2] et traduisant d'une façon plus objective la situation actuelle. Pour certaines ondes ces plages sont assez larges et montrent un besoin de nouvelles données. En général les solutions sont en assez bon accord avec l'analyse de la diffusion élastique (la solution A étant plus proche à 810 et 900 MeV), sauf pour ce qui concerne l'onde SD1. Cette onde correspond à l'onde incidente S_{31} qui est fortement absorbée. Son amplitude est systématiquement plus faible que la valeur calculée d'un facteur supérieur à 2 et cela à toutes les énergies. On peut donc penser que la résonance S_{31} est faiblement couplée à la voie $N_{33}^* - \pi$, à moins que la présence d'un effet non encore décelé ne constitue un biais de l'analyse. L'onde SD1 n'apporte d'effet non isotrope en Θ , Φ que par son interférence avec les autres ondes. L'autre résultat de l'analyse est que les autres ondes sont essentiellement liées à la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$. De nouvelles données sont nécessaires pour préciser ces solutions.

Au-dessus du GeV : La présence du ρ et des isobares $T = 1/2$ ne nous a pas encore permis de tenter l'analyse en ondes partielles au-dessus du GeV. La production du ρ par échange d'un π semblant bien établie par l'étude de la diffusion $\pi^- p$ dans le même domaine d'énergie, on peut penser que ce processus est valable aussi dans la diffusion $\pi^+ p$. La production périphérique du ρ peut être projetée sur les harmoniques sphériques de (Θ, Φ) en vue d'être introduite aisément dans l'analyse.

⁺) (Notation des ondes partielles de la diffusion élastique πN).

TABLEAU IX

EINC MeV		600	720	810	900
S_{31}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$0,41 \pm 0,13$	$0,75 \pm 0,05$	$0,86 \pm 0,08$	$0,81 \pm 0,05$
SD1	A	$0,1 \pm 0,10$	$0,10 \pm 0,10$	$0,16 \pm 0,1$	$0,47 \pm 0,16$
	B	$0,20 \pm 0,11$	$0,36 \pm 0,13$	$0,23 \pm 0,1$	$0,62 \pm 0,15$
P_{31}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$0,31 \pm 0,11$	$0,35 \pm 0,15$	$0,40 \pm 0,16$	$0,43 \pm 0,15$
PP1	A	$0,45 \pm 0,21$	$0,32 \pm 0,14$	$0,51 \pm 0,17$	$0,64 \pm 0,27$
	B	$0,46 \pm 0,14$	$0,58 \pm 0,14$	$0,54 \pm 0,17$	$0,83 \pm 0,29$
P_{33}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$0,20 \pm 0,20$	$0,37 \pm 0,13$	$0,61 \pm 0,10$	$0,70 \pm 0,10$
PP3	A	$0,28 \pm 0,12$	$0,62 \pm 0,07$	$0,54 \pm 0,14$	$0,77 \pm 0,06$
	B	$0,18 \pm 0,06$	$0,41 \pm 0,06$	$0,47 \pm 0,13$	$0,57 \pm 0,11$
D_{33}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$0,31 \pm 0,11$	$0,32 \pm 0,14$	$0,52 \pm 0,18$	$0,56 \pm 0,17$
DS3	A	$0,20 \pm 0,12$	$0,47 \pm 0,13$	$0,56 \pm 0,13$	$0,35 \pm 0,20$
	B	$0,35 \pm 0,13$	$0,67 \pm 0,12$	$0,81 \pm 0,12$	$0,40 \pm 0,22$
DD3	A	$0,25 \pm 0,11$	$0,24 \pm 0,09$	$0,44 \pm 0,12$	$0,11 \pm 0,11$
	B	$0,26 \pm 0,12$	$0,33 \pm 0,08$	$0,39 \pm 0,10$	$0,53 \pm 0,13$
D_{35}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$0,08 \pm 0,08$	$0,14 \pm 0,14$	$0,36 \pm 0,16$	$0,46 \pm 0,12$
DD5	A	$0,20 \pm 0,09$	$0,33 \pm 0,08$	$0,52 \pm 0,11$	$0,49 \pm 0,12$
	B	$0,16 \pm 0,07$	$0,10 \pm 0,06$	$0,1 \pm 0,09$	$0,31 \pm 0,11$
F_{35}	$\sqrt{1 - \rho^2}$	0.	0.	$0,24 \pm 0,04$	$0,34 \pm 0,03$
FP5	A	-	-	$0,15 \pm 0,08$	$0,20 \pm 0,13$
	B	-	-	$0,20 \pm 0,09$	$0,16 \pm 0,11$
χ^2/ND	A	39/38	70/38	105/54	68/54
	B	41/38	82/38	113/54	78/54

*Amplitudes d'ondes partielles d'isobare 3/2 3/2 obtenues en dessous du GeV
et comparaison aux paramètres d'absorption de l'analyse de la diffusion élastique.*

CONCLUSION

Le travail que nous avons présenté n'est qu'une étape essentiellement descriptive de l'étude de la diffusion inélastique pion-nucléon vers 1 GeV.

Nous avons apporté de nouveaux résultats expérimentaux à 810 et 1300 MeV. En collaboration avec d'autres laboratoires nous avons rassemblé la majeure partie des résultats existants concernant la diffusion inélastique $\pi^+ p$.

Nous nous sommes efforcés de décrire l'essentiel des effets angulaires en fonction de la masse des divers sous-systèmes et de l'énergie incidente. Nous avons utilisé pour cela un développement qui généralise aux réactions à trois corps, l'emploi de fonctions orthonormées déjà utilisées dans l'étude de la diffusion élastique. Cette méthode est indépendante du support de tout modèle.

Bien que les résultats utilisés, de provenances diverses, présentent une bonne cohérence entre eux, certains biais ne peuvent être exclus. La variation des coefficients présente des effets remarquables, néanmoins il faudrait de nouvelles données avant que l'on tente de les rattacher tous à des effets physiques.

La représentation des résultats expérimentaux par des coefficients peut être le point de départ d'une analyse en ondes partielles. Nous nous sommes attachés à définir un cadre permettant de tenter une telle analyse, sous une forme pratique et suffisamment générale pour être étendu sans trop de difficultés à d'autres réactions. La définition d'un modèle isobarique généralisé, décrit sous ses aspects angulaires et dynamiques, permet de développer l'amplitude de la réaction en ondes partielles. Les seules hypothèses introduites dans ce développement sont dictées par les observations physiques : fortes interactions deux à deux des particules finales, interactions déduites de la diffusion élastique des deux particules.

L'application du formalisme à une réaction donnée demande la mise au point d'une méthode d'analyse qui ne peut être envisagée sans une utilisation importante des ordinateurs. De nombreux programmes sont en effet nécessaires pour le calcul des coefficients théoriques, pour le calcul des coefficients expérimentaux et pour l'analyse elle-même fondée sur leur comparaison.

Une analyse préliminaire faite en dessous de 900 MeV, a permis de montrer que l'onde SD1, relative à la production de l'isobare à partir de l'onde S_{31} , est trouvée systématiquement faible en dessous du GeV. Les autres ondes partielles sont liées à la production de l'isobare $3/2 \ 3/2$. L'analyse qui se poursuit cherche à inclure la production périphérique du ρ et à tenir compte des isobares D_{13} , D_{15} et F_{15} .

L'analyse d'ensemble de la diffusion inélastique est réalisable. Mais elle montre un besoin important de nouvelles données à grandes statistiques, tant à basse énergie qu'autour de 1300 MeV. Des expériences sont en cours dans divers laboratoires pour atteindre ce but tant en $\pi^+ p$ qu'en $\pi^- p$. La méthode d'analyse que nous avons présentée devrait permettre de progresser dans la compréhension des mécanismes de production et dans l'identification des modes de désintégration des résonances.



BIBLIOGRAPHIE

- [1] On trouvera dans P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VILLET, Rapport CEA-R-3401 (1967), un tableau de la situation expérimentale π - nucléon avec les références aux expériences mentionnées.
- [2] - P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VILLET,
Phys. Rev. 165, 1730 (1968).
- A. DONNACHIE, R.G. KIRSOPP, C. LOVELAGE,
Phys. Letters 26 B, 161 (1968).
- C.H. JOHNSON Jr.,
Thèse UCRL 17683 (1967).
- [3] J.F. DETOEUF, Y. DUCROS, J.P. MERLO, A. STIRLING,
B. THEVENET, L. Van ROSSUM, J. ZSEMBERY,
Phys. Rev. 134, B228 (1964).
- [4] - R. BARLOUTAUD, J. HEUGHEBAERT, A. LEVEQUE, C. LOUEDEC,
J. MEYER, D. TYCHO,
Nuovo Cimento 27, 238 (1963).
- D.L. STONEHILL, H.L. KRAYBILL,
Rev. Mod. Phys. 34, 503 (1962).
- [5] A. DAUDIN, M.A. JABIOL, C. KOCHOWSKI, C. LEWIN, A. ROGOZINSKI,
S. MONGELLI, V. PICCIARELLI, A. ROMANO, P. WALOSHEK,
Nuovo Cimento 33, 1300 (1964).
- [6] B. DELER,
Rapport CEA 2717 (1964).
- [7] IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-12 n° 4 (1965).
- [8] B. DELER, W.J. FICKINGER,
Rapport interne LPCHE 1963.
- [9] P. AUVIL, C. LOVELACE,
Nuovo Cimento 33, 473 (1964).
- [10] G. HÖHLER, G. EBEL, G.S. GIESECKE,
Z. Physik 180, 430 (1964)
et communication privée.
- [11] S.J. LINDENBAUM, R.M. STERNHEIMER,
Phys. Rev. 123, 333 (1961).
- [12] S. BERGIA, F. BONSIGNORI, A. STANGHELLINI,
Nuovo Cimento 16, 1073 (1960).
- [13] M. OLSSON, G.B. YODH,
Phys. Rev. Letters 10, 353 (1963).

- [14] M.G. OLSSON, G.B. YODH,
Phys. Rev. 145, 1309 et 1327 (1966).
- [15] L. STODOLSKY, J.J. SAKURAI,
Phys. Rev. Letters 11, 90 (1963).
- [16] G.F. CHEW, F.E. LOW,
Phys. Rev. 113, 1640 (1959).
- [17] P. EBERHARD, M. PRIPSTEIN,
Phys. Rev. Letters 10, 351 (1963).
- [18] C.A. TILGER, C.P. POIRIER, E.D. ALYEA Jr., H.J. MARTIN Jr., J.H. SCANDRETT,
Phys. Rev. 142, 972 (1966).
- [19] H.L. KRAYBILL, D.L. STONEHILL, B. DELER, W. LASKAR, J.P. MERLO, G. VALLADAS,
G.W. TAUTFEST,
Phys. Rev. Letters 16, 863 (1966).
- [20] J.P. MERLO,
Thèse, Rapport CEA-R-3414 (1967).
- [21] P. DARONIAN, A. DAUDIN, M.A. JABIOL, C. LEWIN, C. KOCHOWSKI, B. GHIDINI,
S. MONGELLI, V. PICCIARELLI,
Nuovo Cimento 41 A, 503 (1966).
- [22] NGUYEN-HUU-KHANH,
Thèse 1965.
- [23] G.W. TAUTFEST, R.B. WILLMANN,
Proc. 2nd Topical Conf. on Resonant Particles, Athens 1965, p. 421.
- [24] A.E. BUSSIAN, F. OPPENHEIMER,
Phys. Rev. Letters 12, 649 (1964).
- [25] J.P. BATON, G. LAURENS, J. REIGNIER,
Nuclear Physics B3, 349 (1967).
- [26] F.E. JAMES, H.L. KRAYBILL,
Phys. Rev. 142, 896 (1966).
- [27] C. OUANNES,
Thèse 1964
- [28] N.E. BOOTH, A. ABASHIAN, K.M. CROWE,
Phys. Rev. 132, 2309 (1963).
- [29] J. BIJTEBIER,
Nuclear Physics 87, 353 (1966).
- [30] B. DELER, G. VALLADAS,
Nuovo Cimento 45, 559 (1966).
- [31] J.M. NAMYSLOWSKI, M.S. RAZMI, R.G. ROBERTS,
Phys. Rev. 157, 1328 (1967).
- [32] G.C. WICK,
Annals of Physics 18, 65 (1962).

- [33] J. KIRZ, J. SCHWARTZ, R.D. TRIPP,
Phys. Rev. 130, 2481 (1963).
- [34] P.G. THURNAUER,
Phys. Rev. Letters 14, 985 (1965).
- [35] M. JACOB, G.C. WICK,
Annals of Physics 7, 404 (1959).
- [36] H.P. STAPP,
Rapport UCRL 8096 (1957).
- [37] N.P. KLEPIKOV, V.A. MESHCHERYAKOV, S.N. SOKOLOV,
Rapport D 584, Dubna 1960.
- [38] D. FREEDMAN, C. LOVELAGE, J. NAMYSLOWSKI,
Rapport CERN TH 575.
- [39] V.A. ALESSANDRINI, R.L. OMNES,
Phys. Rev. 139, B167 (1965).
- [40] L.D. FADEEV,
Soviet Physics JETP 12, 1014 (1961).
- [41] P.C.A. NEWCOMB,
Phys. Rev. 132, 1283 (1963).
- [42] F. GRARD,
Communication privée.
- [43] W.J. METZGER, B. FORMAN, A.C. MELISSINOS, T. YAMANOUCHI,
Phys. Rev. 164, 1680 (1967).
- [44] A. BERTHON, LADRON DE GUEVARA,
Communication privée.
- [45] J. DOLBEAU
Thèse 3ème cycle, Orsay 1968.
- [46] F. JAMES, M. ROOS,
CERN Preprint. D 506 (1967).
- [47] J.A. HELLAND, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO, B.J. MOYER, C.D. WOOD,
Phys. Rev. 134 B1062 (1964).
- [48] P. BAREYRE,
Thèse, Rapport CEA R-3578 (1968).
- [49] D. MORGAN,
Phys. Rev. 166, 1731 (1968).

Manuscrit reçu le 10.6.68

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Vu et approuvé :

Orsay, le 20 Mai 1968

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

G. POITOU

Vu

et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie
de Paris,

J. ROCHE

Sonovision - Imprimerie
104, rue Castagnary - Paris-XV^e
Dépôt légal n° 192 - 1969
